Arrivée le 29-1-77
Sous le N° 1064

الجمهورية التونسية
وزارة التربية القومية

تونس في 19 جانفي 1977

منشور عدد 77/12
صادر عن ادارة التعليم
الثانوي والتقني والمهني

من وزير التربية القومية
الى
السادة المندوبين الجهويين للتعليم الثانوي
السيدات والسادة مديري المعاهد والمدارس
الثانوية
-/-

الموضوع : التوجيهات الخاصة بتدريس الرياضيات
في السنوات الاولى والثانية والثالثة والرابعة
من التعليم الثانوي

وبعد ، فالواصل اليكم صحبة هذا التوجيهات المتعلقة بتدريس الرياضيات في السنوات الاولى والثانية والثالثة والرابعة من التعليم الثانوي

فالرجاء تبليغ هذه التوجيهات الى كافة المدرسين المعنيين بالامر حتى يتمكنوا من اداء مهمتهم في احسن الظروف

والسلام م%

عن وزير التربية القومية وباذن منه
مدير التعليم الثانوي

محمد الهادي خليل

77/12

REPUBLIQUE TUNISIENNE

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

-

DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT
SECONDAIRE TECHNIQUE ET PROFESSIONNEL

COMMENTAIRES DU PROGRAMME DE MATHEMATIQUES

1ERE, 2EME, 3EME et 4EME ANNEES

---::$::---

COMMENTAIRE RELATIF AUX PROGRAMMES

DE MATHEMATIQUES DES CLASSES DE 1ERE ET 2EME ANNEES DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE

----++÷÷÷§÷÷÷++----

Les programmes de 1ère et 2ème années secondaires présentent le caractère d'unité et d'autonomie propre au niveau de ces classes. Le programme de 1ère année élabore des notions qui sont en bonne partie nouvelles pour les élèves provenant de la 6ème année primaire, et celui de 2ème année poursuit cette élaboration dans une progression continue. Il incombe aux enseignants le soin de rendre leur action réellement efficace, d'achever leur programme avec l'année scolaire et de transférer sans inconvénient leurs élèves en d'autres mains ; toute rentrée voit, en effet, s'opérer des mutations nombreuses parmi les élèves et parmi les professeurs.

En raison de la diversité consentie de leurs modes d'enseignement, les professeurs éprouveront le désir, et le besoin même, de faire converger leurs intentions vers un objectif commun ; les présentes instructions ont pour dessein de les aider dans cette voie, et, sans leur imposer de consignes, elles s'emploient à expliciter le contenu de certaines rubriques, à préciser l'interprétation de certaines phrases à uniformiser le sens de certains termes.

Les programmes de 1ère et 2ème années forment le début d'une chaîne aux soudures étudiées, comportant le minimum de recouvrements partiels: à chaque année suffit sa tâche, il est des anticipations à éviter par prudence du professeur vis-à-vis de ses élèves, il est des sujets à ne pas déflorer par égard pour l'action du professeur qui suivra.

C'est en 3ème année que commencera l'apprentissage méthodique du raisonnement déductif ; dans les classes de 1ère et 2ème années, on pourra présenter et mettre en forme des raisonnements courts, qui s'énoncent en une phrase simple, mais on se bornera le plus souvent, en partant de constations expérimentales ou familières, à organiser et à ordonner une recherche constructive, où l'analyse précédera toujours une synthèse éventuelle.

On observera aussi que, dès cet âge, la langue mathématique a ses exigences particulières pour la propriété des termes et pour la correction de la syntaxe ; le plus souvent, une erreur dans l'expression révèle ou provoque une erreur dans la pensée ; on apportera donc un grand soin à cultiver chez les élèves en toute circonstance ce souci de l'expression et à associer toujours, autant que le recommandait l'ancien programme, à une "leçon de mathématiques" une "leçon de français".

xx

xx xx

ENSEMBLES ET RELATIONS (1ERE ET 2EME ANNEES)

En classe de 1ère année, le point de départ reste, bien entendu, fort concret ; on maintient l'enfant dans son milieu familier, on l'exerce à inventorier ce milieu et à observer les liens divers qui l'organisent ; on parvient ainsi aux notions essentielles d'ensemble et de relation.

Ces notions sont mentionnées simultanément en tête du programme parce qu'elles doivent être utilisées, comme il est dit, au cours de l'étude des chapitres ultérieurs ; il pourra cependant sembler opportun de réserver l'introduction de chacune d'elles, sous ces aspects divers, pour le moment même de son emploi.

.../...

Décrire un ensemble fini "en extension"ou le définir "en compréhension", ces mots appartiennent à la langue philosophique plutôt qu'à la langue mathématique et il n'y a pas lieu de s'attarder sur cette distinction. On fera reconnaître de nombreux exemples "naturels" d'ensembles, on pourra même présenter certains ensembles "fantaisistes", mais on évitera de les multiplier car les élèves ne leur portent pas tous un intérêt comparable. On montrera que former un ensemble à partir d'une "propriété" donnée de ses éléments, c'est en réalité former un sous-ensemble d'un ensemble préalablement donné ; de même, une relation donnée entre les éléments de deux ensembles (distincts ou non) permet de construire, par exemple au moyen de diagrammes, un sous-ensemble de l'ensemble-produit ; c'est un jeu auquel participent volontiers les enfants.

C'est grâce à de tels exercices, variés et multipliés, qu'on exercera peu à peu les élèves à la précision qu'exigent les mathématiques ; donnons-en un exemple :

Dans le langage courant, les deux propositions (a : Ali a emprunté "La conquête de l'Espace" ; b: "La conquête de l'espace" a été emprunté par Ali) énoncent un seul et même fait, il y a là une simple relation grammaticale. Pour parvenir à une relation mathématique, on rappellera d'abord que celle-ci requiert ddux ensembles : décidons que, par exemple, Ali est un élément de l'ensemble E des élèves d'une classe, "La conquête de l'espace" un éléments de l'ensemble B des volumes de la bibliothèque de classe. On rappellera ensuite la convention selon laquelle une relation s'établit d'un ensemble de départ vers un ensemble d'arrivée, "orientation" qu'illustre un diagramme sagittal ; l'emploi du verbe à la voie active pour a, à la voie passive pour b, suggère bien un choix pour cette orientation, mais il ne l'impose pas : décidons que, par exemple, l'ensemble de départ est E pour a, B pour b ; alors seulement, a et b concernent deux relations distinctes. A un autre niveau de langage, la relation qui a pour lien verbal "emprunte" est un sous-ensemble du produit cartésien E x B, celle qui a pour lien verbal "est emprunté par" est un sous-ensemble du produit cartésien B x E, et ces relations sont réciproques. L'analyse précédente peut se compliquer lorsqu'on établit une relation entre éléments d'un même ensemble.

Le vocabulaire de base introduit dans ce chapitre doit devenir familier aux élèves au cours de la première année, il sera utilisé et enrichi dans tout le cours des études ultérieures ; on s'abstiendra donc de le surcharger. L'étude de relations particulières fera, certes, apparaître les termes de symétrie, de réflexivité, de transitivité, mais on évitera en principe de prononcer en 1ère année des mots qui sont écrits pour la première fois dans le programme de 2ème année (produit cartésien, bijection, complémentaire, relation d'équivalence, relation d'ordre) : l'acte de nommer consacre normalement la prise de possession définitive d'une notion. Il peut arriver, cependant, que l'analyse d'une question ou d'un exercice, faite par un élève, conduise de façon naturelle la classe à sortir du cadre d'abord fixé et le professeur à évoquer de telles notions, alors ces dernières ne feront pas encore l'objet d'une étude systématique.

En 2ème année, avant d'introduire les mots nouveaux du programme de la classe, il sera toujours utile de faire le point des notions qui auront été acquises l'année précédente et on les mettra en ordre le cas échéant.

On insistera dès le début sur le fait que la complémentarité et, à ce niveau, la réunion et l'intersection sont des opérations internes dans l'ensemble des parties d'un ensemble E, et qu'il y a toujours lieu de préciser d'abord ce dernier. On signalera les propriétés les plus simples de l'inclusion, de la réunion et de l'intersection, sans leur accorder une étude complète ni une terminologie prématurée : on n'envisagera pas de façon générale l'algèbre de l'ensemble des parties de E.

Pour désigner le complémentaire d'un sous-ensemble A d'un référentiel E, on donnera la notation $C_E A$, qu'on se permettra d'abréger lorsque aucune ambiguïté n'est possible. L'étude de la différence de deux sous-ensembles A et B (A-B et B-A), de la différence symétrique ($A \triangle B$), les lois de Morgan relatives au complémentaire de $A \cap B$ ou de $A \cup B$, sont en dehors des programmes de 1ère et 2ème années ; en 2ème année toutefois, on liera éventuellement la différence symétrique à l'étude des divers emplois du mot ou.

Quand il s'agit de faits concrets, le mot "égalité" a signifié jusqu'à une époque récente l'équivalence pour une propriété donnée (fractions égales, cercles égaux) ; les mathématiques réservent désormais ce mot à l'identité. L'égalité dans un ensemble est donc un cas particulier d'équivalence (la plus fine de toutes), et quand on présentera la notion d'équivalence, on fera voir en elle une généralisation de la notion d'égalité. De même, dans bien des exemples concrets, une relation entre éléments d'un ensemble se trouve définie en termes courants par une locution telle que "avoir le même... que", c'est-à-dire en termes mathématiques par "avoir la même image dans une certaine application" ; les trois propriétés caractéristiques de l'équivalence sont alors évidemment vérifiées, il est inutile de les énumérer en chaque occasion. Enfin, étant donné un ensemble E, l'étude précédente s'applique à deux sous-ensembles A et B de l'ensemble des parties de E ; par exemple, si E est l'ensemble des signes monétaires, on peut parler couramment de sommes égales ; en réalité, le sous-ensemble A, formé par un billet de 1 dinar, et le sous-ensemble B, formé par dix pièces de 100 millimes, ne sont pas égaux, ils possèdent néanmoins le même pouvoir libératoire et il sera utile de distinguer la matérialité de A de celle de B, bien que leur signification économique soit la même.

Bien des exercices auront fait rencontrer en 1ère année des relations d'équivalence dans un ensemble E à partir de leurs trois propriétés classiques ; c'est là une préparation ; en 2ème année, il convient de relier logiquement les notions d'équivalence et de classes d'équivalence correspondantes résultant d'une partition de E.

Les congruences modulo n dans Z, actuellement au programme des classes de 7ème année, sont en dehors des programmes de 1ère et 2ème années.

De nombreux exemples de relations d'ordre seront nécessaires avant que le professeur ne songe à en donner les propriétés caractéristiques. On observera que la langue française,

- lorsqu'elle emploie, par exemple, les prépositions avant et après, les locutions au-dessous et au-dessus ;

- lorsqu'elle emploie des adjectifs à la forme comparatives ;

- lorsqu'elle utilise des adjectifs comme antérieur et postérieur, comme inférieur et supérieur, qui sont des comparatifs par leur origine ;

établit ce qu'on a pu appeler un "ordre strict", usage auquel on ne saurait rien changer.

Or, c'est la notion mathématique d'ordre large qui se révèle par la suite la plus utile ; c'est donc avec prudence et insistance que l'élève de 2ème année sera initié à cet ordre large ; à cet effet, on lui rendra familiers en 1ère année, à propos des nombres naturels et des nombres décimaux, les symboles $<$ et $>$, qu'il est préférable d'énoncer inférieur et supérieur à ; on introduira ensuite les symboles $\leqslant$ et $\geqslant$ qu'on énoncera inférieur ou égal à et supérieur ou égal à, et même au plus égal et au moins égal à.

En classe de 2ème année, les professeurs donneront des exemples nombreux de phrases où figurent les articles le, un, les conjonctions et, ou ; ces phrases seront prises d'abord dans le langage courant, puis dans le langage mathématique, de façon à faire comprendre aux élèves la signification précise, et souvent fort restrictive, que les mathématiques attachent aux mots précités ; la traduction dans une autre langue de ces mots, bien sertis dans des phrases donnera lieu à des comparaisons souvent instructives.

xx

xx xx

NOMBRES NATURELS ET NOMBRES DECIMAUX (1ERE ANNEE), ARITHMETIQUE (2EME ANNEE)

Si le chapitre relations est une partie nouvelle et parfois délicate du programme de 1ère année, il n'en constitue cependant pas la partie qui demande les plus longs développements ; si l'on montre dès le début de l'année, comme cela peut être utile, que les mathématiques s'intéressent aussi à d'autres objets que les nombres, il va de soi qu'elles n'excluent en rien les nombres de leurs préoccupations.

Le chapitre 2 du programme de 1ère année vise, en particulier, à entretenir chez les élèves la pratique des opérations, acquise en 6ème année primaire, sur les nombres entiers et sur les nombres décimaux. "Contrôler le sens des opérations" ne doit pas inciter le professeur à faire une "théorie" de ces opérations, mais à insister sur les circonstances de leur emploi. A ce sujet, il n'y a pas à faire précéder les opérations sur les nombres décimaux d'une étude de fractions décimales ; c'est ainsi que la multiplication de 1,2 par 2,35 traduira simplement la recherche du nombre de carrés de 1 cm de côté, intérieurs à un rectangle dont les côtés mesurent 120 cm et 235 cm ; le carré de 1m de côté contenant 10.000 carrés de 1cm de côté, il suffit de se reporter à la définition des nombres décimaux pour qu'une règle de formation du produit s'en dégage intuitivement ; les élèves relieront cette présentation à leurs souvenirs de 6ème année primaire, concernant l'aire du rectangle lors d'un changement d'unités du système métrique.

La division a été exclue du programme de 1ère année, parce que le quotient de deux nombres décimaux n'est pas, en général, un nombre décimal ; en 2ème année, les élèves apprendront la technique de la division euclidienne d'un nombre naturel par un nombre naturel ; ce n'est qu'en 3ème année qu'ils feront connaissance avec les nombres rationnels et qu'ils poseront le problème du quotient de deux nombres décimaux.

On rencontrera pourtant la division au chapitre 3 du programme de 1ère année, à propos des mesures liées à des objets mathématiques ou physiques : il est naturel de chercher le rayon d'un cercle dont on connaît la longueur ; les notions de masse volumique, de débit, de vitesse, introduisent des divisions. On se bornera alors à entretenir les souvenirs de l'école primaire, sans y apporter du nouveau ; d'ailleurs, les notions physiques qui viennent d'être envisagées ne conduisent, dans la pratique, qu'à la recherche de valeurs approchées.

Le programme de 1ère année comporte des exercices sur des systèmes de numération autres que le système décimal. Bien entendu, il ne peut être question, en 1ère et 2ème années, d'une étude générale de la numération, ni du passage dans le cas général d'un système de numération à un autre. On a voulu simplement briser les automatismes irréfléchis auxquels les enfants s'étaient habitués et leur faire comprendre le principe de toute numération : étant donné un ensemble concret d'objets, même en nombre élevé, il est possible d'opérer des groupements successifs de ces objets dans des sachets, de ces sachets dans des boîtes, de ces boîtes dans des caisses, de ces caisses dans des wagons...

Certains enfants ont pu recevoir à l'école primaire une initiation technique à la numération, au moyen de certains matériels qui présentent des cubes, des bâtonnets groupant k cubes, des plaques carrées groupant k^2 cubes, des blocs groupant k^3 cubes ; les professeurs de 1ère année pourront, s'ils le jugent bon, faire fabriquer par les élèves. en travaux pratiques, des matériels d'inspiration analogue et les faire utiliser à titre de révision ou de complément.

L'extension à des bases autres que dix de ce que le programme a prévu pour les nombres décimaux présente des difficultés, ce ne sont pas les mêmes "nombres" qu'atteint cette extension selon les diverses bases ; si, à l'instigation des élèves, le professeur se trouve amené à la rencontrer, par exemple à propos des opérations, il pourra utiliser l'expression de "nombre à virgule".

On pourra faire construire des tables d'addition et de multiplication dans un système de base k et s'en servir pour montrer qu'il est possible d'effectuer directement des opérations dans ce système, mais on ne s'avancera pas bien loin dans cette voie ; il ne faut pas oublier, en effet, que s'il est aisé d'écrire le même nombre naturel dans divers systèmes de numération, la seule numération orale connue est la numération décimale, et c'est donc avec elle qu'on fera la majorité des exercices sur les opérations, les exercices oraux en particulier.

Le mot "cardinal" a son emploi naturel dans la langue mathématique, mais en 1ère et 2ème années il ne s'agit encore que d'ensembles finis, et alors ce mot n'a pas plus de sens que le mot "nombre" ; il reste pourtant commode, soit pour écrire une formule (notation : card.), soit pour éviter la locution "le nombre des nombres" d'un ensemble numérique ; on se gardera d'en faire un usage inutilement pompeux et l'on parlera encore longtemps, dans la vie courante et dans les autres disciplines, du nombre des pages d'un livre, du nombre des habitants d'une ville, du nombre des pétales d'une fleur, du nombre d'Avogadro et du nombre des étoiles de notre galaxie.

Les propriétés admises des opérations sur les nombres entiers seront utilisées pour le calcul mental ; il ne s'agit pas de voir se dérouler dans sa tête, grâce à une certaine imagination visuelle, une opération écrite, mais de trouver des procédés directs de calcul utilisant les propriétés signalées

On habituera progressivement les élèves à représenter par des lettres des nombres dont l'existence n'est pas à mettre en cause ; en particulier, on pourra résoudre des problèmes concrets dont les données sont numériques et dont l'inconnue est représentée par une lettre.

xx

xx xx

ETUDE D'OBJETS GEOMETRIQUES ET PHYSIQUES DONNANT LIEU A MESURES (1ERE ANNEE)

Le nouveau programme de 1ère année condense dans son chapitre 3 une part appréciable de l'ancien programme de cette classe ; s'il s'est attaché à la maintenir, c'est qu'il lui apporte un éclairage nouveau et des précisions utiles pour l'avenir.

L'édification d'une théorie de la mesure a éprouvé, on le sait, des difficultés, mais celles-ci ne concernent pas du tout l'enseignement envisagé ici ; il n'est pas trop tôt pour encontrer d'une façon très concrète cette notion fondamentale aussi bien en physique qu'en mathématiques (sans oublier le calcul des probabilités).

Mesurer consiste ici simplement, étant donné un ensemble d'objets géométriques ou physiques, à associer un nombre à chacun de ces objets, l'application ainsi définie étant "additive" ; on montrera comment le faire sur chaque exemple, de façon expérimentale, et l'on insistera, comme le font les physiciens, sur le fait que toute expérience ne fournit qu'un encadrement. Il serait prématuré de présenter axiomatiquement les caractères d'une mesure, mais il est des exemples du programme qui permettront de les rencontrer naturellement.

Telle quelle, cette perspective est plus large qu'autrefois ; aussi a-t-on conservé à dessein, à titre d'initiation, les premiers exemples qui rappellent les notions familières de segment, de surface, de solide ; on ne soulèvera pas plus qu'autrefois de difficulté à leur endroit ; les mots de longueur, d'aire, de volume, désignent des grandeurs et les mesures sont les nombres attachés à ces grandeurs, une fois l'unité choisie. Cependant, il peut n'y avoir pas d'inconvénient majeur à prolonger en 1ère et 2ème années un abus de langage auquel les enfants sont habitués et à convenir, par économie, que les mots précités désignent aussi les nombres eux-mêmes ; cela revient en fait, à confondre la grandeur et sa mesure, du moins tant que reste immuable l'unité choisie.

Les élèves seront exercés à l'emploi des formules relatives aux aires et aux volumes ; il n'est pas nécessaire qu'ils les sachent toutes, on peut leur fournir chaque fois que de besoin celles dont l'usage est moins courant, mais on doit leur demander de savoir les appliquer dans un cas concret ; ils conservent ainsi la pratique du calcul numérique, mais ils acquièrent le sens des ordres de grandeur et des approximations. Dans de telles applications, la distinction entre segment ouvert ou fermé, entre secteur angulaire ouvert ou fermé, n'a pas d'intérêt pour le physicien, car les mesures sont les mêmes, mais elle peut être utile au mathématicien.

Il n'est pas exclu qu'à côté de l'expression "secteur angulaire" employée par le programme, les élèves continuent à utiliser avec la même acception le mot "angle" qui leur est familier et qu'ils rencontreront dans les techniques diverses auxquelles la vie économique les initiera tôt au tard.

Signalons que c'est particulièrement à propos du présent chapitre que les professeurs pourront recourir aux travaux pratiques dont il sera parlé plus loin.

METHODES DE REPERAGE (1ERE ANNEE)

Le chapitre consacré aux repérages donne un exemple d'initiation à la notion de bijection, qui sera présentée en 2ème année, au moyen d'exemples d'usage courant.

On considère un quadrillage dont les carreaux ne sont pas forcément des carrés mais des rectangles, et peut-être tous inégaux. On affecte chacun de ces carreaux d'une lettre différente et on réalise ainsi une bijection entre l'ensemble des carreaux et l'ensemble des lettres utilisées.

Considérons alors dans une ville un ensemble de "Lieux", le palais de justice, la municipalité, le musée,... appliquons et fixons sur un plan de la ville le quadrillage précité ; on peut alors repérer un tel "lieu" au moyen d'un tableau de correspondance indiquant quel carreau contient son image. Il peut arriver qu'un carreau contienne les images de plusieurs lieux, en particulier dans le centre de la ville, ou que l'image d'un lieu s'étende sur plusieurs carreaux ; on ne peut pas toujours éviter ces inconvénients, mais on atténue le premier en resserrant le quadrillage dans les zones les plus denses.

/

La technique précédente concerne une ville pour laquelle vingt-cinq carreaux suffisent pour répondre aux besoins pratiques ; sinon, on peut utiliser des nombres au lieu de lettres, mais on perd en simplicité ce qu'on gagne en ampleur.

Une technique plus évoluée met en bijection les files longitudinales de carreaux avec les lettres a d'un ensemble A, les files transversales avec les lettres b d'un ensemble B ; à chaque carreau est associé un couple (a, b) et un seul ; on réalise ainsi une bijection entre l'ensemble des carreaux et l'ensemble des couples (a, b) utilisés, ce dernier étant l'ensemble-produit AxB lorsque le contour du quadrillage est un rectangle. Un tableau de correspondance permet ensuite les repérages comme ci-dessus; tel est le cas des plans de villes publiés, par exemple, dans les guides.

Même si le quadrillage est formé uniquement de carrés, alors tous égaux, il ne s'agit pas là - et les professeurs l'observeront - d'un repère cartésien au sens de la géométrie analytique, pour diverses raisons : on opère sur des lieux plutôt que sur des points, sur des lettres autant que sur des nombres et l'on n'utilise pas de nombres négatifs.

Les plans muraux que les villes mettent à la disposition du public peuvent présenter encore d'autres techniques de repérage, que les élèves prendront plaisir à reconnaître et à pratiquer, en marge du programme mais dans le même esprit.

On ne saurait aborder en 1ère année une étude générale de la sphère qui ait quelque portée ; aussi le programme se limite-t-il prudemment à des repérages sur la sphère terrestre et,là encore, on repérera des lieux plutôt que des points ; aucun doute n'y subsiste sur le pôle nord et le pôle sud et les enfants ont pu rencontrer déjà en 6ème année primaire les mots de parallèle et de méridien ; cette étude demande du temps et du soin, ainsi que l'emploi d'un matériel tel que mappemonde et sphère noire ;enfin le professeur agira en liaison avec son collègue géographe.

xx

xx xx

<u>NOMBRES RELATIFS</u> (<u>1ERE ET 2EME ANNEES</u>)

On observera d'abord divers changements dans un certain ordre traditionnel de l'enseignement de l'arithmétique et de l'algèbre.

La commission a voulu éviter les blocages que provoque dans bien des jeunes esprits l'étude approfondie des fractions et elle a reporté cette étude en 3ème et 4ème années ; il n'est sans doute pas exclu de garder dans cette attente une pratique élémentaire des quelques fractions usuelles rencontrées en 6ème année primaire.

L'introduction des nombres relatifs ne peut donc porter, en 1ère et 2ème années, que sur les nombres entiers et sur les nombres décimaux ; en outre, elle s'accomplit en deux étapes.

En 1ère année, il s'agit d'une simple initiation ; on peut sans doute, partir a priori de couples, appelés par exemple bilans, instaurer entre eux une relation d'équivalence et en déduire un ensemble-quotient, mais ce n'est pas nécessaire ; il n'est pas prévu, en effet, de prononcer le mot de relation d'équivalence en 1ère année et, tout au contraire, c'est cette première rencontre avec les nombres relatifs, rencontre toute intuitive, qui apportera au professeur de 2ème année un exemple, parmi les plus utiles, pour lui permettre de fonder la notion d'équivalence.

Il est souhaitable de ne pas introduire dès le début des symboles comme + 4 et - 3 ; on pourra proposer des exercices nombreux avec des notations diverses, par exemple :

3 g , 4 p (g pour gain, p pour perte)

3 g , 4 d (g pour gauche, de pour droite)

3 ↓ , 4 ↑ (↓ en dessous, ↑ au-dessus)

on pourra aussi utiliser deux crayons, ou deux bâtons de craie, de couleurs différentes.

Les signes + et - ne seront introduits d'abord qu'avec leur sens opératoire ; ce n'est qu'en fin d'étude qu'on pourra se risquer à introduire en 1ère année signes + et - avec leur sens "prédicatoire" ; on peut même ne pas présenter du tout en sixième les symboles + 4 et -3.

Les exemples qui ont servi à introduire les nombres relatifs; entiers et décimaux, conduiront de façon naturelle aux définitions de l'addition et de la soustraction, aux calculs d'une somme et qu'une différence. Mais la multiplication est exclue à dessein du programme de 1ère année ; dès que le multiplicateur n'est plus un entier naturel, l'introduction de la multiplication comporte des difficultés qu'il convient de n'aborder qu'une fois totalement maîtrisées les notions d'addition et de soustraction.

Une fois ces précautions prises et ces éléments acquis; il ne reste plus de difficulté majeure à procéder en 2ème année à une étude cohérente des nombres relatifs et de leurs opérations, y compris la multiplication.

xx

xx xx

PREMIERE ETUDE CONCRETE DE L'ESPACE (2EME ANNEE)

Une rédaction analogue à celle du programme de 2ème année a été prévue pour le programme de 4ème année ; c'est dire que l'esprit dans lequel seront exposées les notions géométriques correspondantes sera bien différent dans les deux cas.

En 2ème année, il s'agit uniquement de constations physiques, auxquelles on s'attache à donner un mode d'expression correct ; en 4ème année, le raisonnement logique apparaîtra dans quelques séquences, sans qu'il soit encore question de bâtir une doctrine totalement déductive.

La présentation des éléments géométriques de l'espace, en 2ème année, sera naturellement précédée, quand il le faudra, d'une présentation analogue dans le plan : avant d'aborder les droites parallèles dans l'espace, il est nécessaire d'avoir fait connaissance avec les droites paralléles dans le plan, il n'est pas sûr que cela ait été fait antérieurement et retenu.

La notion d'ensemble convexe sera présentée à propos d'ensembles plans, ou de solides simples, pour lesquels une vision directe est opportune. Les élèves constateront alors sur des dessins que l'intersection de deux ensembles convexes d'un même plan est un ensemble convexe ; le raisonnement viendra ensuite justifier de façon générale ces constatations particulières ; après quoi, dans l'espace, lorsque aucun support visuel ne subsiste, lorsque aucun dessin n'est plus possible aux élèves, le raisonnement seul pourra justifier la convexité de l'intersection de deux ensembles convexes.

77/12

Il suffira naturellement d'exemples simples pour constater que la réunion de deux ensembles convexes n'est pas nécessairement convexe.

xx

xx xx

TRAVAUX PRATIQUES (1ERE ET 2EME ANNEES)

L'étude de chacun des chapitres du programme de 1ère et de 2ème années s'accompagne de travaux pratiques, qui servent à présenter une notion, à préciser ou à illustrer une définition, à vérifier un résultat ou une formule, à suggérer quelque problème nouveau. A ce titre, les travaux pratiques s'intègrent pleinement dans les activités normales de la classe tout entière, ils sont un instrument nécessaire de ces activités en 1ère et 2ème années, et ils ne sauraient d'ordinaire s'en trouver dissociés ; les travaux dirigés, avec lesquels ils sont souvent confondus, seront étudiés plus loin.

Pour réaliser ces travaux, les élèves disposent d'une part des outils usuels de dessin : règle, équerre, compas, papier calque, papier millimétrique... et d'autre part, d'instruments ou d'appareils de mesure, tels que décimètre, mètre, rapporteur, balance, montre... Mais leur emploi ne doit pas donner lieu à des séances de pur travail manuel.

La notion d'échelle d'un dessin ou d'un plan sera introduite à l'occasion d'exercices de représentation de figures ou d'objets, à l'occasion aussi de repérage. L'étude des solides simples sera faite à partir de modèles réalisés par les élèves.

La comparaison et la mesure de poids à l'aide de la balance pourront donner lieu à des applications géométriques : comparaison de longueurs, d'aires, de volumes.

On construira des tables de valeurs numériques dont on ne manquera pas, bien entendu, de se servir par la suite, des tables de correspondance entre les mesures de deux grandeurs liées, des tables de calculs faits à partir d'une formule littérale dans laquelle on donne aux lettres diverses valeurs numériques successives.

On pourra aussi trouver des thèmes de travaux pratiques dans des éléments d'astronomie, en liaison avec la géographie ; ce n'est là qu'un cadre dans lequel le professeur pourra, s'il le désire, puiser des sujets d'observation et d'étude adaptés au niveau des élèves, aux goûts qu'ils manifestent, aux moyens matériels dont il dispose. C'est ainsi que des mesures d'angles, des mesures de longueurs d'ombres, fournissent des éléments géométriques d'origine concrète ; la confection d'une table de valeurs mesurées ou relevées dans quelque document donne l'exemple d'une correspondance imposée par la nature des choses et non par la fantaisie d'un énoncé ; la résolution de quelques problèmes simples montre, mieux que des mots, que les mathématiques ont une utilité pratique.

TRAVAUX DIRIGES (1ERE ET 2EME ANNEES)

Les travaux pratiques étant "intégrés" en mathématiques, - - nous l'avons rappelé - comme ils le sont depuis longtemps en physique, il convient donc d'en distinguer dans une large mesure les travaux dirigés. L'heure distincte qui est consacrée à ces derniers, ne doit pas, de façon générale, être employée à préparer ou à élaborer une leçon du programme même; elle a pour objet d'initier les élèves au travail personnel ; il s'agit ici de les former, de façon plus individualisée aux démarches suivantes : se mettre en présence d'un problème, aborder une recherche et la poursuivre, percevoir les indices qui en font infléchir le cours, rédiger enfin les résultats obtenus avec le souci de les rendre communicables.

Bien entendu, les thèmes qui ont été évoqués pour les travaux pratiques pourront souvent être remis en oeuvre pour ce travail personnel ; mais ils n'interviendront plus dans cette activité d'application individuelle qu'après avoir été maîtrisés par la classe dans l'enseignement collectif qu'elle a reçu ; les élèves éprouvent mieux leurs forces avec la sûreté qui engendre leur confiance, sur des sujets qui leur ont été déjà rendus familiers.

On observera que, pour acquérir cette familiarité d'une notion, souvent liée de façon étroite au langage qui l'exprime, il convient que les élèves soient mis en mesure de retenir une fois pour toutes les conclusions du travail de synthèse qu'il appartient de faire en classe au moment opportun ; c'est là une technique qui demande un effort et un apprentissage auquel les travaux dirigés pourront parfois, eux encore, initier les élèves, qui ne doivent pas en rester à la satisfaction d'une première compréhension.

On insistera à ce propos sur l'exercice de l'expression orale ; il peut porter commodément au début sur des idées et sur des faits connus déjà, et c'est précisément le cas de la "leçon", si l'on donne un nouveau sens à ce mot ancien, à savoir la preuve orale qu'un acquis existe et qu'il est disponible, et cette preuve ne se bornant pas à une récitation formelle. Ce peut être un moyen précieux pour l'enfant de vaincre sa timidité, prendre de l'assurance, assumer la responsabilité de ce qu'il avance, former son caractère en même temps que son intelligence.

Les communications verbales avec autrui, individu ou collectivité, se font chaque jour plus nécessaires quand deviennent plus intenses les relations de la vie sociale et culturelle, les activités scientifiques et professionnelles ; à tous ces points de vue, la vie scolaire comporte déjà de tels échanges et son cadre permet une préparation progressive à l'art de parler.

L'art d'écrire n'en reste pas moins primordial ; la lettre, le rapport, le livre, sont des instruments de communication authentiques, facilitant la conservation, l'étude ou la consultation ; les activités scolaires se prêtent en grand nombre aux exercices de précision de l'expression écrite, - organiser son plan, choisir ses mots et ses tours de phrase, les corriger aussi, - et les travaux dirigés en sont un moyen ; en outre, dans la mesure où l'on s'habitue à écrire plus vite et à pourchasser ratures et surcharges, de tels exercices préparent aussi à l'art de parler.

INTENTIONS PEDAGOGIQUES

Les programmes qui viennent d'être commentés ne seront pas trop longs si le professeur veille à leur équilibre d'ensemble : à l'addition de parties nouvelles il doit associer l'adaptation, la réduction ou la suppression de parties anciennes. Ces programmes ne seront pas trop lourds si le professeur sait discerner l'essentiel et s'y tenir : sa culture doit contenir son érudition. Quant aux présentes instructions, écrites pour le professeur et dans sa langue, il aura à les transposer pour en faire usage au niveau des 1ère et 2ème années.

Ces programmes conduiront les élèves, sans doute avec plus d'attrait, de sûreté et d'économie de moyens, au seuil d'un enseignement de 3ème année qui comportera une logique plus soutenue et un contenu plus neuf, plus dense et riche d'avenir.

L'urgence s'impose, en effet, d'inciter une plus grande majorité des élèves à donner leur pleine mesure au cours d'activités qu'ils accompliront de façon directe, personnelle et spontanée. On ne consentira pas que, cédant à la facilité, il se fasse un clivage prématuré entre "littéraires" et "scientifiques" ; on différera les options jusqu'au moment où elles deviendront nécessaires et où elles seront éclairées. Quelle que soit l'orientation des esprits, une connaissance convenable des mathématiques dans leur logique et leur symbolisme, ainsi qu'un emploi habituel des ressources de leur langage, sont des éléments indispensables d'une formation humaine, capable d'accompagner l'évolution accélérée de notre civilisation.

Les programmes élaborés s'accordent à cette perspective surtout si, selon un voeu général, la mise à jour de leur contenu mathématique appelle à réaliser un renouveau de la pédagogie ; on saisira donc cette occasion pour abandonner des attitudes périmées, pour adapter des méthodes antérieurement éprouvées, pour s'ouvrir aussi à des tendances plus récentes qu'il serait prématuré de codifier. Sur tant de points divers, des initiatives retiennent actuellement l'attention, les professeurs s'en informeront ; il en est ainsi en particulier, de l'usage des fiches et du travail en équipe, que nous évoquons ci-après.

Auparavant, rappelons que les professeurs ne doivent pas perdre de vue :

- la condammation des cours dictés et des notes prises à la volée ; l'art de s'accomoder d'un manuel et de l'assortir de brèves notes manuscrites, formulées avec soin ;

- la condammation de la leçon magistrale à caractère dogmatique ; l'usage, autant que possible, du style plus naturel de la redécouverte.

L'EMPLOI DES FICHES

L'organisation scientifique du travail a adopté avec succès pour les adultes le style de l'enseignement programmé : lorsque des fiches dispensent tout l'enseignement, elles comportent pour chaque leçon les exercices introductifs, la formulation de la doctrine, et enfin toute une gamme d'exercices d'application ; chaque fiche permet un contrôle personnel, on passe d'une fiche à la suivante quand ce contrôle est accompli. Si le jeu de fiches établit une progression prudente, pour l'intelligence de la doctrine et pour la variété probante des exercices, un usager ouvert, zélé et mûr peut se passer, pour l'essentiel, de la présence et de l'action d'un maître.

Un tel style convient à un esprit formé, en quête surtout de connaissances ; il ne peut convenir, du moins de façon quasiexclusive, à des élèves encore jeunes ; on ne peut laisser l'élève constamment seul en face de lui-même ; si on veut l'éveiller, le former et l'instruire, il faut recourir à cet ensemble incomparable de ressources qui résultent de la présence et de l'action conjuguées du professeur et de la classe tout entière. Il en ressort clairement un autre mode d'emploi des fiches bien mieux adapté que le précèdent aux 1ère et 2ème années, et qui peut être décrit comme il suit.

Les fiches continuent à offrir, au début, les exercices introductifs et, à la fin, les exercices d'application ; les énoncés y sont écrits, et bien écrits, garants d'exactitude et de gain de temps ; les uns et les autres sont traités par les élèves sous le contrôle du professeur qui apporte à chacun d'eux, à point nommé, le renseignement ou l'impulsion dont il a besoin ; les élèves s'avancent enfin dans les thèmes d'application aussi loin que leurs forces le leur permettent.

Mais, entre les phases d'introduction et d'application, il reste à établir un lien, le noeud même de la leçon, qui consiste à dégager des prémisses la notion à élaborer ; cela ne résulte vraiment, à cet âge, que de la direction personnelle du maître, habile à susciter et à recueillir les suggestions, à organiser la recherche, à faire une synthèse de l'acquis et à obtenir des élèves une formulation adéquate et définitive. Toute méthode qui omettrait cette phase essentielle, vivante et mouvante, et qui conclurait cependant à une formulation, pourrait bien donner l'illusion du naturel, elle ne serait en réalité qu'une forme insidieuse de dogmatisme.

Cette aptitude à se mouvoir au sein de la vie d'une classe et à s'inspier de ses réactions ne saurait se lier à des fiches immuables ; le jeu des fiches doit lui-même se renouveler et s'adapter sans cesse ; cela lui est moins facile s'il résulte d'un travail d'édition que s'il reste à l'état d'une polycopie à court terme ayant pour auteur le professeur, seul responsable de son enseignement.

Il est souhaitable que des professeurs chargés de classes parallèles dans un même établissement, ou dans un même groupe d'établissements, confrontent fréquemment leurs expériences et s'accordent pour rédiger des fiches communes, révocables à bref délai ; ce travail en équipe assure une heureuse harmonisation des enseignements et des méthodes pédagogiques, tout en sauvegardant la libre initiative de chacun. Il est souhaitable aussi que les professeurs soient munis rapidement des moyens matériels nécessaires de secrétariat et de polycopie.

xx

xx xx

LE TRAVAIL DES ELEVES EN EQUIPE

Le travail en équipe n'est pas moins bénéfique chez les élèves ; à l'individualisme compétitif des uns et à l'indifférence apathique des autres, on voit se substituer parmi les membres d'une équipe unie le sens du service que l'effort de chacun doit rendre à l'équipe entière, et cette émulation est de bon aloi ; on composera ces équipes selon des critères qui pourront être psychologiques et on les modifiera périodiquement pour éviter une accoutumance qui amène peu à peu les indolents à relâcher leur effort, ou les lents à ne plus soutenir leur train.

L'activité propre de l'équipe s'exercera le plus souvent lors des travaux pratiques et des travaux dirigés ; elle n'implique pas l'emploi de fiches, mais elle peut en bénéficier dans la mesure où ces dernières ne concernent pas seulement un travail strictement individuel, mais où elles se prêtent au dialogue et à la concertation ; elle doit avoir lieu dans l'ordre et respecter l'activité des équipes voisines ; le professeur conservera lui-même un caractère collectif au contrôle qu'il fait du travail de l'équipe, dont il promeut ainsi la responsabilité collective ; au surplus, telle explication qu'il aura donnée dans sa langue d'adulte sera peut-être mieux comprise lorsqu'un des élèves saura la traduire à ses coéquipiers dans la langue de ces enfants et selon leur mentalité.

Il reste que l'emploi des fiches, comme le travail en équipe, accordent une part majeure aux activités écrites ; il est pourtant nécessaire d'exercer aussi les élèves aux activités orales, nous avons dit plus haut quel intérêt général s'y attache, ajoutons-y cet aspect technique : c'est avant tout l'expression orale qui permet au professeur de suivre le cheminement réel de la pensée de l'élève au fur et à mesure qu'elle s'élabore et donc, d'intervenir à propos, tandis qu'une réponse écrite livre simplement un résultat déjà figé et qui, exact ou erroné, peut rester d'une interprétation parfois difficile.

Enfin, le professeur peut avoir un réel besoin de l'intervention orale de tel ou tel élève, s'il veut orienter une recherche, dégager un enseignement, rectifier une erreur, provoquer une curiosité ou un enthousiasme. Une classe a des résonances comparables à celles d'un orgue aux multiples registres, il faut savoir jouer de chacun d'eux ; omettre de façon

/

On considère un ensemble P dont les éléments sont appelés points et un ensemble non vide H de parties propres de P qui sont supposés être des droites. On dit que P est un plan (mathématique) quand les axiomes suivants sont satisfaits :

1/ Par deux points distincts passe une droite et une seule

2/ Pour toute droite D et pour tout point M n'appartenant pas à D,il existe une droite et une seule contenant M et n'ayant pas de point commun avec D (Euclide)

3/ Etant donné une projection non constante p d'un axe A sur un axe A', il existe un nombre réel k (ne dépendant que de A, A' et p), appelé rapport de projection, tel que pour tout couple de points (M, N) de A on ait

$$\overline{p(M)\ p(N)} = k\ \overline{MN} \quad \text{(Thalès)}$$

Tous les autres résultats du programme peuvent être déduits de ces axiomes.

<u>QUATRIEME ANNEE</u> :

On peut traiter le (II, 1) du programme, en introduisant les définitions et axiomes qui suivent :

On considère un plan P (au sens de la géométrie de 3ème année). L'orthogonalité entre directions de droites de P est une application ω de l'ensemble des directions de droites de P dans lui-même qui jouit pour toute direction δ des deux propriétés suivantes :

1/ Elle ne laisse aucune direction invariante : $\omega(\delta)$ est toujours distincte de δ.

2/ L'image de l'image de δ est δ elle-même : $\omega(\omega(\delta)) = \delta$.

Deux droites sont orthogonales (ou perpendiculaires) si leurs directions sont orthogonales.

Le plan P est un plan euclidien si l'orthogonalité jouit de la propriété suivante :

3/ Pour tout couple (A, A') d'axes du plan P, le rapport de projection orthogonale de A sur A' est égal à celui de A' sur A.

On peut en déduire - et on peut aussi admettre - que ce rapport est en valeur absolu inférieur ou égal à 1.

Tous les autres résultats du programme peuvent être déduits de ces axiomes./.

A un couple d'axes concourants (ou de demi-droites de même origine) il peut être associé son rapport de projection ; avant donc d'introduire les isométries, une théorie bien construite permet de définir l'angle géométrique, puis l'écart angulaire.

Soient Ax, Ay, A'x', A'y' des demi-droites du plan euclidien et a_1, a_2, a'_1, a'_2 les axes associés. La relation $\mathcal{R}$ dans l'ensemble des couples de demi-droites de même origine du plan euclidien, définie par

$$(Ax,\ Ay)\ \mathcal{R}\ (A'x', A'y') \Longleftrightarrow c(a_2,\ a_1) = c(a'_2,\ a'_1),$$

permet de définir l'angle géométrique comme classe d'équivalence correspondant à cette relation. On définira ensuite, pour tout angle géométrique, son écart angulaire.

Les situations pratiques qui relèvent de ce modèle mathématique permettent, par des manipulations (calques, rapporteurs,...), par des dessins, d'acquérir cette notion d'angle géométrique. Le rapporteur, illustrant certaines bijections d'un intervalle de réels vers l'ensemble des angles géométriques, donnera lieu à des observations qui introduisent de façon naturelle l'écart angulaire et ses usages.

De même, le physicien repère habituellement l'écart angulaire grâce à un rapporteur, une alidade, un goniomètre ; ces instruments livrent un "angle" exprimé en degrés ou en grades ; le lien avec le rapport de projection se lit dans la colonne des cosinus d'une table trigonométrique.

Soit (Ax, Ay) le représentant d'un angle géométrique $\widehat{xAy}$ tel que $E_k(\widehat{xAy}) = \alpha$; $\cos_k \alpha$ sera par définition le rapport de projection orthogonale des axes associés à Ax et Ay ; il est aisé de passer plus tard de cette définition à celle que donnent le programme et son commentaire initial.

V- ANNEXE PROPOSEE AU SUJET DES PROGRAMMES DE GEOMETRIE DE 3EME ET 4EME ANNEES

TROISIEME ANNEE :

Géométrie de la droite

On appelle droite un ensemble d'éléments dits points, muni d'une bijection g de D sur $\mathbb{R}$ et de toutes celles qui s'en déduisent de la manière suivante : a étant un nombre réel arbitraire, on a :

$$\text{soit } f(M) = g(M) + a \quad , \quad \text{soit } f(M) = -g(M) + a.$$

La famille des bijections f s'appelle une structure euclidienne.
Si M, M' sont deux points de D, le nombre positif

$$d(M,\ M') = |f(M) - f(M')|$$

ne dépend pas du choix de f et par la suite ne dépend que de la structure euclidienne de D ; d(M,M') est la distance des deux points M et M'.

Pour une bijection f, soit A et B les points d'images respectives 0 et 1 (f(A) = 0, f(B) = 1). On a : d(A, B) = 1.

On établit qu'il existe une bijection $r \dashrightarrow f_r$, entre l'ensemble des couples r = (A,B) (avec d(A, B) = 1) et l'ensemble des bijections envisagées de D sur $\mathbb{R}$; r est dit un repère normé de la droite D, $f_r(M)$ est l'abscisse du point M dans le repère r.

Géométrie plane.

Les résultats suggérés au paragraphe (4, 1) du programme peuvent être pris de la manière suivante comme axiomes :

- en se reliant à la physique, on met un outillage, encore élémentaire certes, à la disposition des physiciens, qui en ont un réel besoin.

La translation, la symétrie centrale, la symétrie orthogonale, sont des bijections du plan euclidien sur lui-même qui "conservent la distance", ce résultat précédera la définition générale d'une isométrie (tout contre-exemple étant opportun).

Que le professeur juge possible ou non de prolonger une étude théorique sur ce sujet, il signalera toujours, - et il le fera vérifier pour les trois ci-dessus mentionnées, - qu'en mathématiques une isométrie dans le plan euclidien correspond dans le domaine physique à la manipulation d'un calque, par retournement aussi bien que par glissement ; cela facilitera l'intelligence de théorèmes importants qui, éventuellement, ne seront pas démontrés.

Les résultats théoriques fondamentaux relatifs aux isométries sont:

- la conservation de l'alignement et de l'orthogonalité ;

- la conservation du rapport de projection orthogonale de deux axes et sa réciproque ; il n'est pas indispensable de démontrer ce résultat, mais il est indispensable de le commenter ;

- le fait que les symétries orthogonales sont des isométries.

Ils ont pour applications pratiques importantes :

- Les propriétés de symétrie orthogonale des figures usuelles (deux points et médiatrice, deux droites et bissectrices, cercle, carré, rectangle, triangle isocèle);

- La trigonométrie.

Des exercices sur la caractérisation métrique des parallèles et des parallélogrammes, sur la caractérisation des triangles isométriques (on pourra admettre que, quels que soient trois points A, B, C non alignés et quels que soient trois points A', B', C' tels que AB = A'B', BC = B'C' , CA = C'A', alors il existe une isométrie et une seule transformant A en A', B en B', C en C'), peuvent aider la compréhension et faciliter, comme il a été dit, le travail ultérieur du professeur de technologie ou de physique.

Le groupe des isométries. On rappelle que la rubrique du programme "groupe des isométries" vise uniquement à utiliser la simple définition des isométries d'un plan euclidien P pour établir que celles-ci forment un groupe pour la composition des applications de P dans P.

Les mots du programme "exemples simples de composées d'isométries" concernent uniquement les produits de translations (sous-groupe déjà étudié en 3è année) et le produit des symétries orthogonales par rapport à deux droites perpendiculaires ; il n'est nullement question de procéder à la recherche et à l'étude d'autres sous-groupes.

Quant à l'emploi des calculs les plus élémentaires de la géométrie analytique, il se borne au cas où les axes de symétrie précitée sont les axes du repère orthonormé ; d'autres exemples peuvent faire l'objet d'exercices en marge du cours, mais sans qu'il y ait lieu d'en dégager des formules à retenir, non plus que des types d'exercices à proposer à ce niveau.

Trigonométrie.-Il est permis, et peut-être inévitable de reporter tard dans l'année de 4ème année le chapitre des isométries ; or on a observé ci-dessus que la trigonométrie en est tributaire, du moins dans la présentation prévue par le programme ; aussi, en reconnaissant à la trigonométrie le caractère d'une technique que rend seule efficace une familiarisation prolongée, et compte-tenu du programme de physique de 4ème année, a-t-il paru opportun d'en présenter ici un mode d'exposition possible, qui se limite à ce seul objet et peut, de ce fait, être introduit et utilisé notablement plus tôt dans l'année ; on manquera pas de faire en fin d'année le raccord nécessaire.

On considère un ensemble P dont les éléments sont appelés points et un ensemble non vide H de parties propres de P qui sont supposés être des droites. On dit que P est un plan (mathématique) quand les axiomes suivants sont satisfaits :

1/ Par deux points distincts passe une droite et une seule

2/ Pour toute droite D et pour tout point M n'appartenant pas à D, il existe une droite et une seule contenant M et n'ayant pas de point commun avec D (Euclide)

3/ Etant donné une projection non constante p d'un axe A sur un axe A', il existe un nombre réel k (ne dépendant que de A, A' et p), appelé rapport de projection, tel que pour tout couple de points (M, N) de A on ait

$$\overline{p(M)\ p(N)} = k\ \overline{MN} \quad \text{(Thalès)}$$

Tous les autres résultats du programme peuvent être déduits de ces axiomes.

QUATRIEME ANNEE :

On peut traiter le (II, 1) du programme, en introduisant les définitions et axiomes qui suivent :

On considère un plan P (au sens de la géométrie de 3ème année). L'orthogonalité entre directions de droites de P est une application ω de l'ensemble des directions de droites de P dans lui-même qui jouit pour toute direction δ des deux propriétés suivantes :

1/ Elle ne laisse aucune direction invariante : $\omega(\delta)$ est toujours distincte de δ.

2/ L'image de l'image de δ est δ elle-même : $\omega(\omega(\delta)) = \delta$.

Deux droites sont orthogonales (ou perpendiculaires) si leurs directions sont orthogonales.

Le plan P est un plan euclidien si l'orthogonalité jouit de la propriété suivante :

3/ Pour tout couple (A, A') d'axes du plan P, le rapport de projection orthogonale de A sur A' est égal à celui de A' sur A.

On peut en déduire - et on peut aussi admettre - que ce rapport est en valeur absolu inférieur ou égal à 1.

Tous les autres résultats du programme peuvent être déduits de ces axiomes./.

Sur le plan théorique, fonder la géométrie euclidienne exige des axiomes ; faute de les expliciter tous, on ne pouvait éviter, à son insu, des pseudo-raisonnements ; c'était là un danger et l'évolution des sciences l'a montré, notamment celle de la physique, qui use de géométrie non euclidienne (relativité), de géométrie finie (cristallographie). L'annexe propose une construction qui n'exige qu'un nombre restreint d'axiomes ; cette annexe et ce commentaire qui l'éclaire ont eu pour dessein de mettre à la disposition personnelle des professeurs un schéma déductif complet, exempt de cercle vicieux.

Quant à la pratique de l'enseignement du premier cycle, ce commentaire prévient les professeurs qu'un exposé ainsi conduit n'intéresserait que rarement une classe entière : ici comme partout ailleurs et plus encore peut-être, enseigner c'est choisir, et parce que les manuels scolaires font aussi subsister un tel choix, ils appellent eux-mêmes un élagage qu'il convient d'opérer avec discernement.

Il est donc recommandé de ne pas donner les démonstrations de tous les théorèmes concourant à la construction de l'édifice ; ces théorèmes doivent être énoncés ; on dira qu'on peut les déduire des énoncés antérieurs, mais qu'on ne le fera pas (certains élèves pourront souhaiter le faire, le professeur facilitera leur tâche au moyen d'exercices dont l'énoncé guiderait leur recherche).

Il est légitime d'admettre ainsi même des théorèmes importants, si leur démonstration apporte peu par elle-même, ce qui est parfois le cas ; un théorème important est un théorème qui est une pièce essentielle à la construction (ainsi la transitivité de l'équipollence des bipoints) ou, encore, qui a de nombreuses applications (ainsi le fait que les symétries centrales ou orthogonales sont des isométries). De tels théorèmes doivent être compris des élèves ; cette compréhension s'aquiert parfois en les démontrant, parfois en les commentant, toujours en les appliquant ; il peut-être plus important de savoir utiliser un théorème pour résoudre une classe de problèmes que d'en connaître une démonstration.

On peut étudier la droite d'abord en elle-même, ou d'abord plongée dans un plan ; en 3ème année, la géométrie du plan est plus importante que celle de la droite, il serait difficile de traiter l'une sans l'autre, mais elles peuvent être traitées simultanément. Pour la droite prise en elle-même, c'est la pratique des opérations avec le double décimètre qui donne l'idée d'apparier les points et les nombres, d'étudier la répercussion d'un changement d'origine, de sens et d'unité, et qui peut en outre amener à étudier de front la droite, les décimaux et une approche des réels. Pour la droite plongée, le préalable est l'emploi des axiomes d'incidence ; le transfert cohérent de structure d'une droite sur une autre résulte de l'énoncé de Thalès et les deux présentations autorisent et distinguent les deux attitudes envisagées : dans les deux cas, il est essentiel que les élèves arrivent à un maniement familier de l'énoncé de Thalès.

Il est rappelé aux professeurs que les définitions de la droite euclidienne et de la droite affine, et la formalisation complète de ces définitions ne figurent pas au programme de 3ème année, non plus que ces deux vocables.

5- (<u>4EME ANNEE</u>) - <u>ISOMETRIES</u>

Le théorème de Pythagore et ses applications immédiates constituent la première partie du programme de géométrie de 4ème année ; en raison de sa grande importance, il lui est donné un développement parfois bien long, qui risque de minimiser le temps que l'on peut consacrer ensuite à un début de familiarisation avec les isométries.

Une approche des isométries et pourtant intéressante, en particulier à deux titres autres que les mathématiques elles-mêmes :

- en se reliant à la technologie, on emprunte au concret un certain nombre d'expériences vécues et on lui apporte, en retour, un vocabulai- [illegible] que des ouvertures possibles sur diverses extensions à

Le programme utilise dès la 3ème année la notation fractionnaire $\frac{a}{b}$ du quotient des réels a et b et ils font établir les règles de calcul des réels écrits avec cette notation ; ces règles sont valables, en particulier, lorsque a et b sont éléments de $\mathbb{Z}$ et ce n'est pas faire appel à un calcul spécifique des fractions que de passer de $\frac{5}{7} x = \frac{3}{4}$ à $x = \frac{7}{5} \times \frac{3}{4}$; la notion d'inverse y suffit, déjà évoquée d'ailleurs pour de tels exemples dès l'enseignement élémentaire.

Il figure en 4ème année une introduction du corps $\mathbb{Q}$ des rationnels : $\mathbb{Q}$ doit être traité simplement ici comme un sous-corps de $\mathbb{R}$ et ne pas recevoir un développement autonome. Il n'y a pas lieu d'éviter le mot de fraction ; si on introduit ce dernier, il désignera une écriture d'un quotient.

Exemples de fonctions polynômes. - Les fonctions polynômes, applications de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, donnent lieu à deux sortes de calculs élémentaires :

- Calcul de la valeur d'une telle fonction pour une valeur de la variable réelle ; ce calcul répété pour des valeurs régulièrement échelonnées de la variable permet de dresser une table numérique de la fonction, qu'on peut utiliser à diverses fins ;

- Recherche de la fonction polynôme somme ou produit de deux telles fonctions ; c'est à ce point de vue que se rattachent les produits.

$$(x + a)^2 \; ; \; (x - a)^2 ; \; (x + a)(x - a)$$

et les exercices de factorisation.

3- (4EME ANNEE) ETUDE DE PROBLEMES

Les équations et les inéquations numériques rencontrées en 4ème année donnent lieu à une grande variété d'exercices, auxquels on donnera une motivation en empruntant les exemples à toute une gamme de problèmes concrets que le programme et son commentaire initial ne mentionnent qu'en dernier lieu.

Il va de soi que le programme énumère les rubriques dans un ordre qu'une pédagogie active doit sans cesse remettre en cause et, sur ce chapitre en particulier, c'est dès le début de l'année en 3ème année comme en 4ème année, que de tels problèmes, dont l'énoncé concret peut être déjà familier aux élèves, pourront orienter la construction et le développement même du cours.

De façon plus générale, et tout autant pour la géométrie que pour l'algèbre, les élèves doivent prendre conscience qu'il importe de savoir résoudre des problèmes ; il appartient à chaque professeur, dans son initiative pédagogique et dans la connaissance qu'il a de sa classe, de doser le temps consacré :

- à la découverte et à la compréhension de l'architecture de l'édifice ; les démonstrations y apportent une aide efficace, si du moins leur longueur ou leur difficulté ne vient pas masquer l'enchaînement des idées ;

- à l'étude d'exercices et de problèmes, qui témoigne de l'aptitude des élèves à poser et à résoudre des questions nouvelles ; en ce domaine, les démonstrations ne peuvent être omises, car il faut aussi apprendre à raisonner ; on fera donc jouer son rôle à l'imagination créatrice, que rien ne remplace, et l'on évitera une tendance des élèves à se suffire d'une réponse exacte, intuitivement perçue mais non régulièrement légitimée.

4- INTRODUCTION A LA GEOMETRIE DE 3EME ET DE 4EME ANNEES

La présentation de la géométrie de 3ème année doit éviter de donner lieu à des inquiétudes, voire à des erreurs, sur la nature des développements à prévoir, sur l'ordre à y instaurer, sur le temps à leur consacrer ; l'étude qui va suivre invitera à cette conclusion que le temps imparti à la géométrie est moindre que dans les anciens programmes et plutôt inférieur à celui de l'algèbre ; ces deux branches des mathématiques sont d'ailleurs assez connexes pour qu'on ne puisse pas envisager de les développer indépendamment l'une de l'autre, on pourra même favoriser leur interpénétration.

IV- COMMENTAIRE DES PROGRAMMES DE 3EME ET 4EME ANNEES

L'expérience invite à apporter un certain nombre d'indications destinées à procurer aux professeurs un nouvel éclairage de leur travail d'interprétation et à alléger ainsi, en quelque mesure, la matière même de leur enseignement.

1- (3EME ANNEE) - RELATIONS

La notion de relation, abordée en 1ère année, révisée et enrichie en 2ème année, ne doit plus du tout faire ici l'objet d'un chapitre méthodiquement développé, qui laisserait d'emblée les élèves par des redites fastidieuses; il s'agit seulement ici, au début de l'année, de prendre en main les élèves, de toute provenance, pour préciser brièvement leur acquis et unifier leur langage, pour les préparer surtout à greffer sur cet acquis les nouveautés du programme, toute l'année durant et chacune au moment opportun, en particulier la notion de groupe.

Il ne convient, pédagogiquement, de donner un nom à une notion qu'après en avoir rencontré plusieurs exemples ; on peut alors organiser cette notion et les exemples qu'on en rencontrera ensuite montreront l'économie de moyens qu'elle apporte ; il en est ainsi de la notion de groupe, qu'on se gardera bien de présenter à priori, mais qu'on dégagera des exemples mêmes du programme, comme le précise le texte de ce dernier ; le programme énumère ces exemples ; on peut donner d'autres exemples de groupes, mais on ne s'y attardera pas, seraient-ils de nature à piquer une certaine forme de curiosité, s'ils n'ont pas leur utilité à l'intérieur du programme, sinon ce ne pourrait être qu'au détriment d'autres activités non moins urgentes.

2- (3EME ANNEE) - NOMBRES DECIMAUX ET APPROCHE DES REELS

L'attention des professeurs des 1ère et 2ème années est attirée sur le point essentiel suivant : le programme de 3ème année pose comme préalable que soient bien connues en 1ère année l'addition des relatifs entiers et décimaux, en 2ème année leur multiplication ainsi que la pratique du calcul numérique, afin que, dès l'entrée en 3ème année et sans révision notable, les élèves puissent se montrer à l'aise dans $\mathbb{D}$.

Les présentations relatives aux nombres décimaux, à leur addition et à leur multiplication (faire appel d'abord à l'écriture de ces nombres avec des virgules ou choisir que cette écriture sera la conclusion de l'étude) semblent être deux extrêmes valables et, selon les réactions de sa classe, le professeur peut être amené à faire aussi un choix intermédiaire.

Les encadrements par des décimaux utilisent des intervalles de $\mathbb{D}$; on montrera sur des exemples en quoi ces intervalles diffèrent de ceux de $\mathbb{Z}$: dans ceux de $\mathbb{Z}$, il y a un nombre fini d'éléments, un plus petit élément et un plus grand élément ; dans ceux de $\mathbb{D}$, il y a une infinité d'éléments, il n'y a pas nécessairement un plus petit ou un plus grand élément.

Les encadrements de décimaux par des décimaux ressortissent simplement à des intersections d'intervalles dans $\mathbb{D}$, ils sont utiles pour une certaine approche des réels (inversion des décimaux), mais si on les présente dans l'abstrait, les élèves ne leur prêtent pas toujours un intérêt suffisant, on aura soin alors d'emprunter des exemples concrets aux activités de mesure. Quant à l'approche des racines carrées, elle permet une approche suggestive de $\mathbb{R}$, mais s'il arrive que certaines classes ne se montrent pas assez mûres pour ce faire, on réservera pour la 4ème année, non seulement la notation $\sqrt{\ }$, mais cette approche elle-même.

L'acquis concernant le fait que $(\mathbb{Z}\ ,\ +)$ est un groupe et les règles de calcul qui s'en déduisent peuvent être utilisés, non seulement lors de l'étude du groupe $(\mathbb{R}\ ,\ +)$, mais aussi lors de l'étude du groupe $(\mathbb{R}^*,\ \times)$; les notations parallèles opp a et inv a suggèrent assez l'identité des structures et l'on peut ne pas introduire aussitôt les notations a^{-1} et $\frac{1}{a}$.

- CLASSE DE 4EME ANNEE -

ACTIVITES IMPORTANTES ET POINTS DE METHODE	ACQUISITIONS NECESSAIRES
Apprendre à justifier les étapes des calculs dans $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$ par les propriétés de structure de $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$. Exercices simples sur les racines carrées.	Pratique du calcul dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{Q}$ Usage de la valeur absolue. Usage des tables ; calculs approchés ; utilisation des puissances de dix. Calcul de valeurs de fonctions polynômes et de fonctions rationnelles. Pratique de représentations graphiques de fonctions affines, ou affines par intervalles.
Représentation graphique des équations et inéquations à une ou deux inconnues réelles.	Equations et inéquations du 1er degré à une ou deux inconnues réelles (on choisira des coefficients numériques simples et on ne fera pas de théorie générale à ce niveau). Pratique de l'addition des vecteurs du plan, de leur multiplication par un réel, des combinaisons linéaires de deux vecteurs. Orthogonalité ; énoncé de Pythagore. Plan rapporté à un repère orthonormé, calcul de la distance de deux points. Translation, symétrie centrale, symétrie orthogonale : ce sont des isométries particulières. Le cercle et ses symétries.
Usage des formules trigonométriques et des tables sur le demi-cercle et dans le triangle rectangle.	Usage du rapport de projection orthogonale d'un axe sur un axe ; usage de tables trigonométriques.
Apprendre à réaliser un dessin illustrant des relations mathématiques données et, réciproquement, apprendre à traduire et à exploiter les informations mathématiques relatives à un dessin.	Construction et analyse de dessins utilisant le parallélisme, l'orthogonalité, les distances, les symétries, les projections, les tables trigonométriques ; usage de la règle, du compas, de l'équerre...

.../...

Apprendre à justifier les étapes des calculs dans $\mathbb{Z}$ ou $\mathbb{D}$ par les propriétés de structure de $\mathbb{Z}$ ou $\mathbb{D}$.	
Mise en place progressive d'un procédé systématique de résolution d'équations et d'inéquations. Pour les inéquations, on pourra utiliser la compatibilité des opérations avec l'ordre : comportement à l'égard de l'ordre, des applications numériques déduites de l'addition et de la multiplication.	Equations et inéquations du premier degré à une inconnue réelle (on choisira des coefficients numériques simples et on ne fera pas de théorie générale à ce niveau).
Observation de situation mathématiques présentant des analogies. Notion de groupe.	Expression des axiomes de groupe. Exercices de calcul sur les polynômes ; produits $(x + a)^2$; $(x - a)^2$; $(x + a)(x - a)$ Calculs approchés sur les réels : utilisation des puissances de dix.
Distinction entre l'ensemble des points et l'ensemble numérique avec lequel il est en bijection ; traduction du langage géométrique en langage numérique, et réciproquement.	Droite munie d'un repère ; abscisse d'un point, recherche de milieux et de distances ; changement de repère. Usage de l'énoncé de Thalès Vecteurs du plan, groupe additif. Plan muni d'un repère, coordonnées d'un point.
Apprendre à réaliser un dessin illustrant des relations mathématiques données et, réciproquement, apprendre à traduire et à exploiter les informations mathématiques suggérées par un dessin.	Construction et analyse de dessins utilisant le parallélisme, les translations, la symétrie centrale, les projections.

4- La formation à l'observation, à l'analyse, à la recherche puis à l'abstraction et au raisonnement importe plus qu'une acquisition plus ou moins mécanique de connaissances. Il est plus difficile de former ainsi des esprits que de se borner à transmettre un contenu mathématique ; il convient donc de subordonner cette transmission à la tâche essentielle de formation ; mais, bien entendu, toute formation suppose un minimum de connaissances solides.

C'est pourquoi le professeur n'hésitera pas à admettre, chaque fois que cela est utile, des énoncés qui pourraient, en fait, être démontrés; il en fera comprendre le sens à partir de considérations intuitives ou inductives. Il ménagera d'autre part, dans l'étude du programme, des séquences de déductions bien construites, à partir d'énoncés explicitement admis.

5- Il importe :

- de maintenir et d'enrichir la pratique du calcul numérique, de familiariser avec l'usage des tables ;

- de préparer aux techniques utiles aux autres disciplines ;

- de savoir poser et résoudre des problèmes (l'usage d'un théorème peut être plus formateur que sa démonstration explicite);

- d'utiliser, pour l'analyse d'une situation, des dessins géométriques ;

- d'user d'un langage mathématique aussi précis et simple que possible.

III- <u>TABLEAU</u>

Dans le tableau présenté ci-dessous,

- La colonne de droite contient, sous le titre "acquisitions nécessaires" les notions du programme de chaque classe (et éventuellement des classes antérieures) que tout professeur de la classe suivante devrait, au début de l'année scolaire, voir connues de ses élèves ;

- La colonne de gauche indique certaines activités importantes et certains points de méthode, en regard des diverses rubriques de la colonne de droite.

Ces deux colonnes, destinées à être confrontées par les professeurs, ne sauraient être dissociées.

Tout professeur enseignant en 3ème ou en 4ème années organise sa réflexion à partir de la lecture des programmes et des commentaires. Il convient de souligner que ces derniers sont à l'usage exclusif des professeurs. Le tableau précité est destiné à aider le professeur dans ses choix essentiels.

- CLASSE DE 3EME ANNEE -

ACTIVITES IMPORTANTES ET POINTS DE METHODE	ACQUISITIONS NECESSAIRES
Familiarisation avec $\mathbb{D}$ et $\mathbb{R}$; calcul sur les puissances de dix à exposant dans 7 ; recherche, sur des exemples d'une écriture décimale approchée de l'inverse d'un élément de D. Distinction entre les intervalles dans $\mathbb{Z}$. dans $\mathbb{D}$ et dans $\mathbb{R}$.	Pratique du calcul dans $\mathbb{Z}$ et dans $\mathbb{D}$. Début de familiarisation avec le calcul dans $\mathbb{R}$. Usage de la valeur absolue.

COMMENTAIRE

POUR LES PROGRAMMES DE MATHEMATIQUES DE 3EME ET 4EME ANNEES DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE

--==§==-

I- PREAMBULE /

Les programmes de 1ère et 2ème Années visaient à introduire peu à peu le vocabulaire spécifique des mathématiques et les notions générales qu'il permet de présenter ; poursuivant cette intention, les programmes de 3ème et 4ème années visent également à faire prendre conscience aux élèves, selon leur âge, de la puissance du raisonnement déductif et à leur apprendre à l'exprimer. Cette dernière tâche est indispensable pour la formation générale des élèves, quelque orientation qu'ils reçoivent à l'issue du premier cycle, quelque emploi ultérieur qu'ils fassent des mathématiques.

Donner à l'enseignement un aspect plus "mathématique" ne signifie nullement qu'une question puisse être présentée en 3ème et 4ème années comme elle le serait à un étudiant ayant déjà reçu une formation abstraite et acquis un certain esprit de synthèse ; on se gardera du style qui ferait poser à priori des axiomes, en déduire des conséquences initiales, puis justifier l'existence des éléments ainsi introduits. Tout au contraire, le professeur tiendra pour une méthode pédagogique essentielle, - et cela jusqu'au terme du second degré -, de procéder sans hâte à une approche des notions à acquérir, approche prudente et concrète, s'appuyant sur des exemples familiers susceptibles de généralisation : calcul numérique sur les décimaux et sur les valeurs approchées des réels d'une part, dessins utilisant la règle, l'équerre, le compas, le rapporteur, le papier calque d'autre part.

C'est seulement en conclusion de ce travail d'approche que sera énoncée une présentation définitive des notions qu'il aura permis d'élaborer, en introduisant des êtres mathématiques abstraits et en formulant sur eux des axiomes qu'il n'aura pu que suggérer. Une des intentions majeures de cet enseignement est en effet, en présence de chaque situation, de mettre en relief l'importance de sa mathématisation et l'action en retour que les mathématiques permettent d'exercer sur son évolution.

II- REFLEXIONS SUR L'ENSEIGNEMENT EN 3EME ET EN 4EME ANNEES

Le programme se prête à un exposé linéaire solide et rigoureux ; mais un tel exposé ne saurait être apprécié par la plupart des élèves de 3ème et 4ème années. Un enseignement adapté aux élèves doit considérer les possibilités concrètes de la classe, tenir compte de la diversité probable des orientations ultérieures et promouvoir le goût des élèves pour les activités mathématiques. Une mauvaise assimilation des concepts et des démarches de base risque de provoquer des blocages irréversibles, qui n'apparaîtraient que plus tard. Il importe donc de progresser avec beaucoup de prudence, de patience, d'attention aux élèves.

On pourra s'inspirer des considérations suivantes :

I- Il convient de consacrer suffisamment de temps à l'introduction d'une notion nouvelle, souvent par des approches successives dont certaines peuvent se référer à des points distincts du programme. En géométrie, une expérimentation préalable se révèle nécessaire.

2- Les diverses étapes dans l'acquisition (stade descriptif, perception du concept, formalisation et usage) seront bien marquées.

3- On se gardera le plus souvent d'épuiser un sujet au moment où on le rencontre pour la première fois.

.../...

habituelle l'une de ses activités normales, comme on le ferait en minimisant la contribution orale de chacun des élèves, ce serait priver l'instrument de bien de ses registres et appauvrir ainsi les ressources vitales de la collectivité.

L'influence d'un professeur et l'efficacité de son enseignement, l'élan de la classe et de chacun de ses élèves, demeureront toujours le fruit d'une mise en oeuvre, au choix équilibré, de l'ensemble des modes d'action dont il peut disposer, dans toute la richesse de leur variété.