

L.S.B.Amri	Devoir de contrôle N°1	Sai Fethi
3 SC	Mathématiques 2 ^H	11/11/2005

Exercice N°1 (3 points)

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$.

Exercice N°2 (6 points)

Soit la suite (u_n) définie par : pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = 2^n - 5n + 6$.

- 1) Calculer u_0, u_1, u_2 et u_3 .
- 2) Soient les suites (v_n) et (w_n) définies par : pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_n = 2^n$ et $w_n = 5n - 6$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison q et le premier terme.
 - b) Chercher la limite de (v_n) quand n tend vers $+\infty$.
 - c) Montrer que la suite (w_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison r et le premier terme.

3) Calculer en fonction de n les sommes suivantes : $S_1 = \sum_{k=0}^{n-1} v_k$, $S_2 = \sum_{k=0}^{n-1} w_k$ et $S = \sum_{k=0}^{n-1} u_k$.

Exercice N°3 (5 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sin x + \sin 2x + \sin 3x = 4 \cos \frac{x}{2} \cos x \sin \frac{3x}{2}$.

- 1) Calculer $f\left(\frac{\pi}{2}\right), f(\pi), f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$. En déduire que : $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.
- 2) Montrer que $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$. En déduire la valeur de $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

Exercice N°4 (2 points)

Calculer les limites suivantes :

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - x$
- b) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 + x + 3} - 2x$

Exercice N°5 (4 points)

Soit un carré ABCD tel que $(\widehat{AB, AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$. Construit à l'intérieur du carré un triangle équilatéral ABF et à l'extérieur du carré un triangle équilatéral BCE.

- 1) Montrer que $(\widehat{BE, BF}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$.
- 2) Montrer que $(\widehat{CD, CE}) \equiv \frac{5\pi}{6} [2\pi]$ et $(\widehat{EC, ED}) \equiv \frac{\pi}{12} [2\pi]$.
- 3) Montrer que les points E, F et D sont alignés.

BON TRAVAIL