L .S. Mahmoud Messaâdi Prof : Riadh Ben M'rad	DEVOIR DE CONTRÔLE N°2 Durée : 2 heures	Niveau : 3ème Sc.Exp. Janvier 2008

EXERCICE N°1 : (10 points)

On considère les fonctions f et g définies sur IR par : $f(x) = \dfrac{x^3 - 7x + 6}{x^3 - x^2}$ et $g(x) = x\,f(x)$.

On désigne par $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives de f et g dans un repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Factoriser l'expression $x^3 - x^2$.

b) En déduire l'ensemble E de définition des fonctions f et g.

2) a) Vérifier que $x^3 - 7x + 6 = (x - 2)(x^2 + 2x - 3)$.

b) Calculer : $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$.

c) Interpréter les résultats obtenus.

3) a) Calculer : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

b) En déduire que $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote D dont on donnera une équation.

c) Etudier la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à D.

4) a) Calculer : $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$.

b) Interpréter les résultats obtenus.

5) Calculer : $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

6) a) Montrer que pour tout $x \in E$ on a : $g(x) - (x + 1) = -\dfrac{6}{x}$.

b) En déduire : $\lim\limits_{x \to -\infty} [g(x) - (x + 1)]$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} [g(x) - (x + 1)]$.

c) En déduire que $\mathscr{C}_g$ admet une asymptote oblique Δ dont on donnera une équation.

d) Etudier la position de $\mathscr{C}_g$ par rapport à Δ.

EXERCICE N°2 : (10 points)

On considère la fonction h définie sur IR par : $h(x) = \cos(2x) - \sin(2x) + 1$.

1) Calculer $h\left(\dfrac{41\pi}{8}\right)$.

2) Montrer que pour tout réel x on a : $h\left(\dfrac{\pi}{4} - x\right) + h(x) = 2$.

3) a) Montrer que pour tout réel x on a : $\cos(2x) - \sin(2x) = \sqrt{2}\cos\left(2x + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

b) Résoudre dans IR l'équation : $h(x) = 2$.

c) Résoudre dans IR l'inéquation : $h(x) < 1$.

4) a) Montrer que pour tout réel x on a : $h(x) = 2\cos x\,(\cos x - \sin x)$.

b) En déduire les solutions de l'équation : $h(x) = 0$ dans l'intervalle $[0,2\pi[$.

5) Soit la fonction k définie sur $[0,2\pi[$ par : $k(x) = \dfrac{2\cos 2x}{h(x)}$.

a) Déterminer D_k , le domaine de définition de la fonction k.

b) Montrer que pour tout réel $x \in D_k$ on a : $k(x) = 1 + \tan x$.

c) En déduire la valeur de $\tan\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$.

BON TRAVAIL