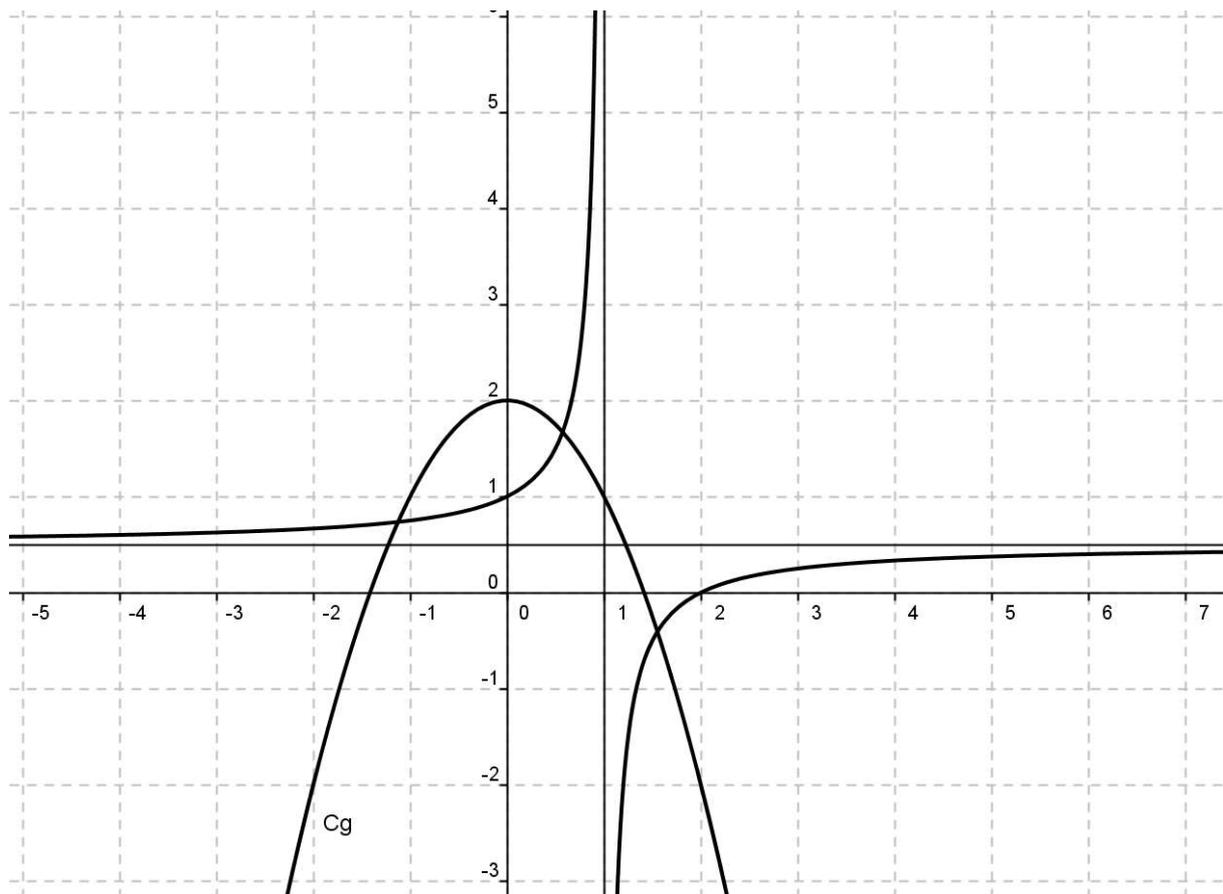


L.S.B.Amri	Devoir de synthèse N°1	07-12-2009
3èmeSc_exp1	Mathématiques -2^H	Mr: Sai-Fethi

Exercice 1(8 points) :

On donne la représentation graphique de la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par

$$f(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{x-1}\right) \text{ et celle de } g \text{ définie sur } \mathbb{R} \text{ par } g(x) = -x^2 + 2.$$



- 1) Déterminer $g([-1,0])$ et $g([0,2])$.
- 2) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x)=g(x)$
- 3) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ l'équation $f(x)=g(x)$ est équivalente à l'équation : $2x^3 - 2x^2 - 3x + 2 = 0$.
- 4) Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = 2x^3 - 2x^2 - 3x + 2$.
 - a) Justifier que h est continue sur \mathbb{R} .

- b) Calculer $h(1)$, $h(2)$ et en déduire que l'équation $h(x)=0$ admet au moins une solution α dans $[1,2]$.
- c) Calculer $h(-2)$ et $h(0)$.
- d) Montrer que l'équation $h(x)=0$ admet exactement trois solutions dans \mathbb{R} .

Exercice 2 (4 points) :

Un sac contient cinq jetons blancs et quatre jetons noirs.

- 1) On tire simultanément trois jetons.
 - a) Déterminer le nombre de tirages possibles.
 - b) Déterminer le nombre de tirages donnant un jeton noir et un seulement.
 - c) Au moins un jeton blanc.
- 2) On tire successivement et sans remise trois jetons du sac.
 - a) Déterminer le nombre de tirages possibles
 - b) Déterminer le nombre de tirages donnant au moins deux jetons blanc.

Exercice 3(8 points) :

ABC est un triangle tel que : $(\widehat{BC}, \widehat{BA}) \equiv \frac{133\pi}{6} [2\pi]$.

ANC est un triangle rectangle et isocèle en A.

AMB est un triangle rectangle et isocèle en A.

- 1) Déterminer la mesure principale de $(\widehat{BC}, \widehat{BA})$.
- 2) a) Montrer que : $(\widehat{AM}, \widehat{AC}) \equiv (\widehat{AB}, \widehat{AN}) [2\pi]$.
- b) Montrer que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AM}$.
- 3) Soit $O=B*C$.

- a) Montrer que : $\overrightarrow{AO} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$ et $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM}$.
- b) En déduire que : $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{MN} = 0$.

- c) Que représente (AO) pour le triangle AMN ?
- 4) a) Montrer que : $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- b) En déduire que : $\overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{CM} = 0$.
- 5) Déterminer et construire: $\left\{ H / (\widehat{HM}, \widehat{HB}) \equiv \frac{3\pi}{4} [2\pi] \right\}$.

