L.S.B.Amri	Devoir de synthèse N°2	SAI FETHI
3SC	Mathématiques 2^{H}	11/03/2005

Exercice N° 1 (7 points)

On considère la fonction $f_m : x \mapsto f(x) = \dfrac{x^2 - mx}{x^2 - 4x + 3}$; $(m \in \mathbb{R})$.

1) Déterminer le domaine de dérivabilité de f_m et montrer que

$$f'_m(x) = \frac{(m-4)x^2 + 6x - 3m}{(x^2 - 4x + 3)^2}.$$

2) On pose m=4, dresser le tableau de variation de f_4 , f_4 admet-elle des extremum ?
3) Pour $m \neq 4$, discuter le nombre d'extremum de f_m.
4) a) Déterminer une équation de la tangente (T) à La courbe (C_{f_m}) au point d'abscisse 2.
   b) Déterminer m pour que la tangente (T) passe par A (1,0).
   c) Dresser dans ce cas le tableau de variation de f_m.

Exercice N°2(8 points)

Soit ABCD un carré de centre I tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}) \equiv \dfrac{\pi}{2}[2\pi]$ et AB=6cm. E et F deux points tels que $E \in [AB]; F \in [BC]$ et $AE = BF = 2cm$.

1)
a) Exprimer $\overrightarrow{AI}$ à l'aide de $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BF}$ à l'aide de $\overrightarrow{CB}$.
b) Montrer que $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{AE} = 6$.
c) Calculer : $(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AE}) \cdot (\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BF})$ et en déduire que (IE) $\perp$ (IF).

2) Montrer que : IE = IF= $\sqrt{10}$. (indication : on pourra utiliser les formules d'El Kashi).
3) Soit r la rotation de centre I et d'angle $(-\dfrac{\pi}{2})$.
a) Déterminer r (A) et r (F).
b) En déduire que AF=ED et (ED) $\perp$ (AF).
c) Soit J= $A * F$ (J le milieu du segment $[AF]$). Déterminer et construire r (J).

4) Soit $\Gamma = \left\{ M \in P; 2\overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 = 72 \right\}$.
a) Montrer que F est le barycentre des points pondérées (B, 2) et (C, 1).
b) En déduire que Γ est le cercle de centre F et passant par C.
c) Déterminer et construire Γ' l'image de Γ par la rotation r.

Exercice N°3 : (5 points)

Soit un triangle équilatéral ABC de côté 4 cm. M un point de $[BC]$ distinct de B et C.
On désigne par H et K les projetés orthogonaux de M respectivement sur (AB) et (AC).
On pose BM=x.

1) Calculer l'aire A du triangle ABC.
2) Calculer, en fonction de x, l'aire $A_1(x)$ du triangle BHM.
3) Calculer, en fonction de x, l'aire $A_2(x)$ du triangle MKC.
4) Calculer, en fonction de x, l'aire $E(x)$ du quadrilatère AHMK.
5) Déterminer x pour que E(x) soit maximale. Calculer alors cette aire.

Bon travail