

L.S.B.Amri

M^r : Sai.Fethi

Classe 3^{ème} sc -exp1

Devoir de synthèse N03

Durée : 3.h

25-05-09

MATHEMATIQUES

Exercice 1 (3points) :

Pour chacun des trois questions, une seule des propositions est exacte. Une réponse exacte (avec justification) rapporte un point, une réponse inexacte enlève 0,5 point, l'absence de réponse est compté 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

1) Soit la suite (U) définie par : $u_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

- a) La suite (U) est arithmétique.
- b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.
- c) La suite (U) est croissante.
- d) La suite (U) est décroissante.

2) $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est un repère orthonormé.

Soit la droite $D : \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -2 - \alpha \\ z = 3 - 3\alpha \end{cases} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$ et le plan $P : 2x - y + z - 3 = 0$.

- a) La droite D est contenue dans le plan P.
- b) La droite D est strictement parallèle au plan P.
- c) $D \perp P$.

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x^2}$ est :

- a) 0
- b) $\frac{1}{2}$
- c) 2
- d) -1.

Exercice 2 (4points) :

Dans un carnet de santé, on peut lire le poids d'un enfant et sa naissance à 12 ans.

Age (x_i) en années	0	1	2	4	7	11	12
Poids (y_i) en kg	3,4	7	10,5	14,5	20,5	33	37,5

- 1) Représenter dans un repère orthogonal le nuage des points de cette série.
- 2) Calculer la moyenne, la variance et l'écart-type de chacune des variables x et y.

- 3) On scinde l'ensemble des 7 points du nuage en deux parties. La première partie (1) correspond aux sujets 1 à 4 et la deuxième partie (2) correspond aux sujets 5 à 7.

On désigne par G_1 et G_2 les points moyens respectifs de la partie (1) et de la partie (2).

- Donner une équation de la droite de Mayer (G_1G_2).
- Quel est le poids qu'on peut prévoir pour cet enfant à l'âge de 18 ans ?

Exercice 3(4 points) :

Soit la suite (U) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n - 3}{u_n} = 4 - \frac{3}{u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : u_n > 3$.
- Montrer que la suite (U) est décroissante sur $\mathbb{N}$.
- Soit la suite (V) définie par : $\forall n \in \mathbb{N} : v_n = u_n - 3$.

- Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} : v_{n+1} < \frac{1}{3}v_n$.
- Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^* : 0 < v_n < \left(\frac{1}{3}\right)^n$.
- Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n$.
- En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Exercice 4 (6 points) :

Soit $R \left(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k} \right)$ un repère orthonormé de l'espace ξ .

On donne les points A (1, 1,-1), B (1,-1 ,2) et C (3, 1,-1) .

- Donner une représentation paramétrique de la droite (AB).
- Le point E(2,1,1) appartient t-il à la droite (AB) ?
- Etudier la position relative de la droite (AB) et la droite D définie par :

$$D : \begin{cases} x=2 \\ y=1+3\alpha \\ z=1+2\alpha \end{cases} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$

- Montrer que les points A, B, C ne sont pas alignés.
 - Donner une équation cartésienne du plan (ABC).
 - Montrer que D est perpendiculaire au plan (ABC).
 - Montrer que E appartient au plan médiateur P du segment $[AC]$.

5) Montrer que (D) est contenue dans le plan P.

Exercice 5(3 points) :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{6})$.

- 1) Montrer que f est périodique de période π .**
- 2) Montrer que f s'annule sur $[0, \pi]$ en $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{5\pi}{6}$.**
- 3) Etudier les variations de f sur $[0, \pi]$.**

Bon travail