

# Angles orientés :

SAI.Fethi

## Exercice 1 :

On considère dans le plan orienté un triangle ABC équilatéral tel que :

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{3} + k.2\pi ; k \in \mathbb{Z}. \text{ Soit D la symétrie de A par rapport à B.}$$

1/ Faire un figure

2/ Déterminer la mesure principale de chacun des angles :

$$(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}) ; (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DB}) ; (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD})$$

3/ Montrer que ADC est un triangle rectangle en C.

## Exercice 2 :

On considère dans le plan orienté un triangle ABC un triangle isocèle en A tel que

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{10\pi}{3} + k.2\pi ; k \in \mathbb{Z}. \text{ Soit D } = B * C$$

1/ Déterminer la mesure principale de  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

2/ Faire une figure

3/ Déterminer la mesure principale de chacun des angles :

$$(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}) ; (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DB}) ; (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) ; (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$$

## Exercice 3:

Soit ABCD un carré de coté a

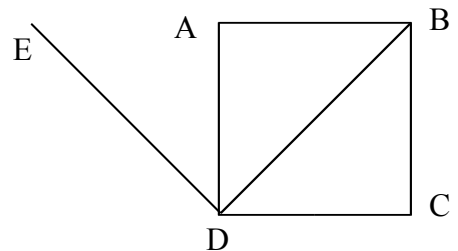
et E le point tel que  $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DE}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

1/ Donner une mesure de  $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DA}) ; (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD})$  et  $(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DA})$

2/ Construire le point F tel que  $DF = a$  et  $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DF}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$

3/ Montrer que B , D et F sont alignés

4/ Soit  $x = -\frac{61\pi}{4}$  ; x est-elle une mesure de  $(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DA})$



## Exercice 4:

[Ox) une demi-droite du plan orienté.

1/ Construire les demi-droites [Oy) ; [Oz) et [Ot) telles que

$$(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi] , (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oz}) \equiv \frac{2\pi}{3} [2\pi] \text{ et } (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Ot}) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$$

2/ Déterminer la mesure principale de chacun des angles orienté :  $(\overrightarrow{Oy}, \overrightarrow{Oz})$  ,  $(\overrightarrow{Oz}, \overrightarrow{Ot})$  et  $(\overrightarrow{Ot}, \overrightarrow{Oy})$

### Exercice 5:

On considère dans le plan orienté un triangle ABC équilatéral tel que  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$

Oit D la symétrie de A par rapport à B.

1/ Faite un figure

2/ C :  $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC})$ ,  $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DB})$  et  $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD})$

3/ Montrer que ADC est un triangle rectangle en C.

### Exercice 6:

Soit ABC un triangle du plan orienter dans le sens direct

Déterminer et construire l'ensemble des points M dans chacun des cas suivants :

1/  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{MB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

2/  $(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{CB}) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$

3/  $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MC}) \equiv -\frac{45\pi}{4} [2\pi]$

### Exercice 7:

Le plan est orienté dans le sens direct .Soit ABC un triangle isocèle en A tel que  $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) \equiv -\frac{\pi}{6} [2\pi]$

1/ Déterminer la mesure principale de chacun des angles orienté :

$(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$ ,  $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BA})$  et  $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AB})$

2/ Calculer :  $\det(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$  ;  $\det(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})$  et  $\det(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$

### Exercice 8:

Soient ABC un triangle isocèle en A tel que  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{2\pi}{3} [2\pi]$  et E un point de la bissectrice de

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  tel que AE = AC

1/a) Donner les mesures principales de  $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$  et  $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AC})$

b) Soit  $\alpha = \frac{-121\pi}{6}$  ;  $\alpha$  est elle une mesure de  $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})$

2/ Soit F le point tel que C = E\*F

a) montrer que le triangle ACF est isocèle

b) Donner la mesure principale de  $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CF})$

c) Calculer  $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AF})$  et déduire que (BC) // (AF)

3/a) Construire le point I de [AF] tel que  $(\overrightarrow{CF}, \overrightarrow{CI}) \equiv \frac{37\pi}{3} [2\pi]$

b) Montrer que (CI)  $\perp$  (BC)

**Exercice 9:**

Soit  $\zeta$  un cercle de centre O et ABC un triangle inscrit dans  $\zeta$  tel que  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

1/ Donner une mesure de l'angle  $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$

2/ Soit D un point de l'arc  $\widehat{CB}$

Donner une mesure de l'angle  $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC})$

3/ Soit E le point diamétralement opposé de A

a) Donner une mesure de l'angle  $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EC})$

b) Quelle est la nature du triangle ABE

**Exercice 10:**

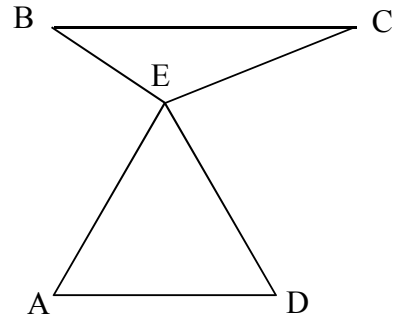
Dans le plan orienté dans le sens direct, on considère un triangle équilatéral AED. On suppose de plus que

(EA) et perpendiculaire à (EB) et  $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EC}) = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$  ;  $k \in \mathbb{Z}$

1/ Donner les mesures principales de chacun des angles orientés

$(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EC})$  ;  $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EB})$  et  $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EC})$

2/  $\frac{34\pi}{3}$  est-elle une mesure de l'angle orienté  $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EC})$

**Exercice 11:**

Soit A et B deux points du plan tel que  $AB = 2$

On considère les point C , D et E tel que :  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{9\pi}{4} + k2\pi$  ,  $k \in \mathbb{Z}$

$(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}) = \frac{5\pi}{12} + n.2\pi$  ,  $n \in \mathbb{Z}$  et  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}) = \frac{53\pi}{3} + k'.2\pi$  ,  $k' \in \mathbb{Z}$

1/ Déterminer la mesure principale de chacun des angles  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  ;  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$  et  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE})$

2/ Construire les points C , D et E avec  $AC = AD = 4$  et  $AE = 2$

3/ Donner une mesure de l'angle  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE})$

4/ Montrer que les points A , D et E sont alignés

5/ En déduire la valeur de  $\cos(x)$  et  $\sin(x)$  pour  $x = \frac{9\pi}{4}$  et  $x = \frac{53\pi}{3}$