L.S Bennane-Bodher *Année scolaire:2008/2009*

Devoir de synthèse n°3

3^{eme} info **Durée : 3heures** *Mr: Bouhouch Ameur*

Exercice n°1: (2pts)

Dans chaque question, une seule des 3 propositions est correcte. Laquelle?
(On ne demande aucune justification)

1) L'un des entiers naturels suivants est premier, lequel?
a) 273 b) 299 c) 191 **(1)**

2) Si f(x)=cos$\left(\frac{1}{3}x+\frac{\pi}{4}\right)$alors f est périodique, de période T égale à :
a) T= 2π b) T=6π c) T=4π **(0,5)**

3) La probabilité de répondre correctement aux trois questions de ce QCM est égale à :
a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{7}{9}$ c) $\frac{1}{27}$ **(0,5)**

Exercice n°2:(5pts)

Soit f la fonction définie sur IR par f(x)=x^3 -$3x^2$+4 , et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. **(0,75)**
2) Montrer que (C) admet un seul point d'inflexion I qu'on déterminera. **(0,5)**
3) Montrer que I est un centre de symétrie de (C). **(0,5)**
4) a) Ecrire une équation de la tangente (D) à (C) en I. **(0,5)**
b) Etudier les branches infinies de (C). **(0,5)**
b) Tracer (C) et (D). **(1)**
5) Soit la fonction g définie sur R par g(x)= $|x|^3$ -$3|x|^2$ +4 et on désigne par (C') sa courbe représentative dans le repère$(O,\vec{i},\vec{j})$.
a) Montrer que g est paire.
Interpréter graphiquement ce résultat. **(0,5)**
b) Déduire la courbe (C') de g à partir de (C). **(0,75)**

Exercice n°3: (4pts)

Les parties I et II sont indépendantes....
I) Résoudre, dans IN^2, les systèmes suivants:

a) $\begin{cases} a+b=160 \\ a\wedge b=20 \end{cases}$ b) $\begin{cases} a+b=27 \\ a\vee b=60 \\ a\geq b \end{cases}$ **(2)**

II) 1) Montrer par récurrence que 6^{2n} -1 est divisible par 5. **(0,75)**
2) Montrer par récurrence que 4^{2n} -1 est divisible par 5. **(0,75)**
3) Montrer que 6^{2n} -4^{2n} est divisible par 5.(Sans récurrence!!). **(0,5)**

Exercice n°4: (4pts)

Soit f la fonction définie sur IR par f(x)=sin$\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$.

1) a) Déterminer la période de f. **(0,5)**

b) Déduire qu'on peut étudier f sur l'intervalle $[0,\pi]$. **(0,5)**

2) Résoudre dans $[0,\pi]$ l'équation $\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=0$ **(0,75)**

3) Etudier les variations de f sur $[0,\pi]$ et dresser son tableau de variation. **(1)**

4) Tracer la courbe(C) de la restriction de f à l'intervalle $[-\pi,\pi]$. **(0,75)**

Exercice n°5: (5pts)

Une urne contient 6 boules blanches numérotées 0,0,1,1,2,2 et 3 boules vertes numérotées 0,1,1; toutes indiscernables au toucher.

1) On tire simultanément, et au hasard, trois boules de l'urne.
   Calculer la probabilité des évènements suivants:
   A: "avoir trois boules de même couleur" **(1)**
   B:"avoir trois boules de même numéro" **(1)**
   C:"avoir une somme égale à 2" **(0,75)**

2) Maintenant, on tire successivement et sans remise trois boules de l'urne.
   Soient les évènements suivants:
   F:" avoir un produit nul"
   G:" avoir une somme égale à 3"

   a) Montrer que $p(F)=\frac{16}{21}$ et que $p(G)=\frac{4}{21}$ **(1)**

   b) Montrer que $p(F\cap G)=\frac{1}{7}$. **(0,5)**

   c) En déduire $p(F\cup G)$. **(0,75)**