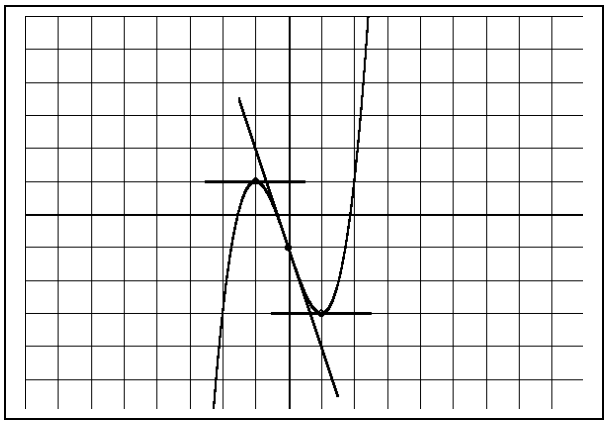
Etude de fonctions SAI.Fethi

Exercice N°1

La courbe C ci contre représente celle d'une fonction numérique à une variable réelle f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.



1) Dresser le tableau de variation de f.
2) Reproduire sur votre copie la courbe C puis déduire de cette courbe la représentation graphique C' de la fonction g définie sur IR par g(x) = -f(x) + 2.
3) On suppose que $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.
   En considérant les informations fournies par le graphique précédent, déterminer les réels a, b, c et d.

Exercice N°2

I. Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{3}{4}(x^3 + 3x^2 - 4)$.

On désigne par C la courbe de f dans un repère orthonormé $\mathbb{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Etudier les variations de f.
2) Montrer que C admet un point d'inflexion I. Donner une équation cartésienne de la tangente Δ à la courbe C au point I et préciser la position relative de C par rapport à Δ.
3) Tracer la courbe C dans le repère $\mathbb{R}$. En précisera en particulier les points d'intersection de C avec les axes de coordonnées.

II. Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{x^2 - x + 2}{2(x + 1)}$.

1) a) Etudier les variations de g.
   b) Donner par leurs équations, les asymptotes de la courbe C' de g .
   c) Tracer la courbe C' de g dans le même repère $\mathbb{R}$.
2) A tout réel m on associe la droite D_m de coefficient directeur m et passant par le point $I(-1, -\frac{3}{2})$.
   a) Soit M(x,y) un point du plan. Montrer que pour que M soit un point commun à C' et D_m, il faut que son abscisse x vérifie l'équation : $(2m-1)x^2 + 2(2m-1)x + 2m-5 = 0$.
   b) En déduire l'ensemble des valeurs de m pour les quelles D_m coupe C' en deux points.
   c) Dans le cas où D_m coupe C' en deux points M' et M'', montrer que le milieu de [M'M''] est un point fixe. (ses coordonnées sont indépendants de m).
   d) Vérifier que ce milieu est un centre de symétrie de C'.
3) a) Déduire des courbes C et C', la courbe Γ de la fonction h définie par : h(x) = sup(f(x), g(x)).
   b) A partir de la courbeΓ, déduire le tableau de variation de h. (On désignera par α et β les abscisses des points d'intersection de C avec C' que l'on ne cherchera pas à calculer les valeurs)