

**Exercice N°1**

Etudier les variations des fonctions suivantes ; puis étudier l'existence d'extremum

$$1) f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1 \quad 2) f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x$$

$$3) f(x) = -2x^3 - 2$$

**Exercice N°2**

Soit la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = x^3 + (m-1)x^2 + 3x + 1$  ( $m$  est un réel) Déterminer  $m$  pour que  $f$  admette deux extrema.

**Exercice N°3**

Soit  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  Déterminer les réels  $a, b, c$  pour que  $f$  admette un extremum pour  $x=1$  et pour que la droite d'équation  $y=7x+11$  soit tangente à  $C_f$  au point d'abscisse 2.

**Exercice N°4**

Un rectangle de dimensions  $x$  et  $y$  a pour périmètre 60 cm.

- 1) Calculer, en fonction de  $x$  l'aire  $A(x)$  du rectangle.
- 2) Déterminer  $x$  et  $y$  pour que l'aire du rectangle soit maximale.

**Exercice N°5**

Un rectangle de dimensions  $x$  et  $y$  a pour aire  $121 \text{ cm}^2$ .

- 1) Calculer son périmètre  $p(x)$  en fonction de  $x$
- 2) Déterminer  $x$  et  $y$  pour que  $p(x)$  soit minimum.

**Exercice N°6**

Soit un triangle équilatéral  $ABC$  de côté  $a$ .  $M$  étant un point de  $[BC]$  distinct de  $B$  et  $C$ , on désigne par  $H$  et  $K$  les projetés orthogonaux de  $M$  respectivement sur  $(AB)$  et  $(AC)$ . On pose  $BM = x$

- 1) Calculer, en fonction de  $x$ , l'aire  $A(x)$  du quadrilatère  $AHMK$ .
- 2) Déterminer  $x$  pour que  $A(x)$  soit maximale.

**Exercice N°7**

$ABC$  est un triangle isocèle de sommet  $A$  inscrit dans un cercle de centre  $O$  et de rayon 1. La droite  $(AO)$  coupe  $(BC)$  en  $H$ .  $A$  est fixe et  $B$  et  $C$  sont variables. On pose  $x = AC$ .

- 1) Calculer en fonction de  $x$  l'aire  $A(x)$  du triangle  $ABC$
- 2) Etudier les variations de  $f(x) = [A(x)]^2$
- 3) Déterminer  $x$  pour que l'aire  $A(x)$  soit maximale.

Montrer que, dans ce cas, le triangle  $ABC$  est équilatéral.  $M_0(x_0, y_0)$ .

**Exercice N°8**

**A.** On désigne par  $f$  et  $g$  les fonctions définies par :

$$f(x) = x^2 + 4x + 2 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}.$$

1/ **a)** Etudier les variations de  $f$ .

**b)** Etudier les variations de  $g$ .

2/ On pose:  $h(x) = f(x) - g(x)$ .

Etudier le signe de  $h(x)$  et en déduire la position relative des courbes respectives de  $f$  et  $g$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

$$3/ \text{ Soit } F(-2, -\frac{7}{4}) \text{ et } D \text{ la droite d'équation : } y = -\frac{9}{4}.$$

Montrer que la courbe  $C$  de  $f$  est égale à  $\{M \in P \text{ tel que : } MF = d(M, D)\}$ .

4/ Soit  $A(-2, -3)$ .

**a)** Déterminer, par leurs équations, les tangentes à la courbe  $C$  de  $f$  issues de  $A$ .

**b)** On désigne par  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  les tangentes obtenues en **a)**. Déterminer l'ensemble:  $E = \{M \in P, \text{ tel que : } d(M, \Delta_1) = d(M, \Delta_2)\}$ .

**B.** Soit:  $f_m(x) = (4 - m)x^3 + 3(m - 1)x + 1 - 2m$ , où  $m$  est un paramètre réel.

1/ Discuter suivant les valeurs de  $m$  le nombre d'extremums de  $f_m$ .

2/ Montrer que pour tout réel  $m$ , les courbes  $(C_m)$  passent par deux points fixes  $A$  et  $B$  que l'on déterminera.