

| | | |
|------------|------------------------|----------------------------|
| L.S.B.Amri | Devoir de synthèse N°1 | NABTI+SAI |
| 10-12-2003 | Mathématiques | 2 ^H 4-E-G-01 |

Exercice 1 : (06 points)

Dans le plan complexe rapporté à un R.O.N ($O ; \vec{u} ; \vec{v}$), on donne les points A, B, C et I d'affixes respectives $z_A = -2i ; z_B = 1 + i , z_C = 4 + i$ et $z_I = 2$.

1) a- Placer sur une figure les points A, B, C et I .

b- Montrer que I est le milieu du segment $[AC]$.

2) a/ Calculer les affixes des vecteurs \overline{BA} et \overline{BC} .

b/ Montrer que le triangle ABC est isocèle de sommet principal B .

3 Soit D Le symétrique de B par rapport à I .

a- Déterminer z_D .

b- Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un losange.

Exercice 2 : (03 points)

On donne les nombres complexes suivants :

$$z = 2j = -1 + i\sqrt{3} \quad z' = i + \sqrt{3} .$$

1- Donner la forme exponentielle de z et z' .

2- En déduire la forme exponentielle de $Z = z.z'$ et $Z' = \frac{z^2}{z'^3}$.

3- En déduire que $\frac{Z}{Z'} = 8$.

Exercice 3 : (11 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -x + \sqrt{x^2 + 1}$

On appelle (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé

($O ; \vec{i} ; \vec{j}$)

(L 'unité est 2 cm)

1/ a – Montrer que f est définie , continue et dérivable sur \mathbb{R} .

b – Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c – Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ puis interpréter géométriquement le

résultat .

2/ a– Montrer que pour tout réel $x , f'(x) < 0$. Puis dresser le tableau de variation de f .

b– En déduire que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle J que l'on déterminera.

3/ a – Montrer que la droite Δ d'équation $y = -2x$ est une asymptote oblique à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$.

b – Donner une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 0.

c – Tracer (C_f)

4/ Soit f^{-1} la fonction réciproque de f .

a – Etudier la continuité et la dérivabilité de f^{-1} sur J .

b – Calculer $f^{-1}(1)$ puis en déduire $(f^{-1})'(1)$.

c – Tracer, dans le même repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$,

(C) courbe représentative de f^{-1} .

Bon Travail