L .S.B.Amri	Devoir de synthèse N°2	SAI .FETHI
4 Ec-G-01	Mathématique 3^{H}	09/03/2005

Exercice N°1 (6 Points)

1) **Résoudre dans** $\mathbb{R}^4$ **le système suivant :**

$$\begin{cases} x+y+z+t=-6 \\ 4x+3y+2z+t=0 \\ 8x+4y+2z+t=1 \\ 20x+8y+3z+t=10 \end{cases}$$

2) **Soit la fonction f définie sur** $\mathbb{R}$ par $f(x)=(ax^3+bx^2+cx+d)\ e^x$.

a) Calculer f'(x) en fonction des réelles a, b, c et d.

b) **Déterminer les réelles a, b, c et d pour que l'on ait** :

$f(1)=-6e$, $f'(1)=0$, $f(2)=e^2$ et $f'(2)=10\ e^2$.

3) Résoudre l'équation f'(x)=0 et déduire le sens de variation de f.

Exercice N°2 (4 Points) :

Un sac contient 9 jetons indiscernables au toucher :

5 Rouges (-1,-1, 3, 3,3) et 4 blancs (-1, 3, 3,3).

Une épreuve consiste à tirer 3 jetons simultanément du sac.

Calculer la probabilité des évènements suivants :

A : « obtenir 3 jetons de différentes couleurs ».

B : « obtenir 3 jetons qui ont le même numéro ».

C : « obtenir 3 chiffres dont la somme est égale à 5 ».

D : « obtenir 3 jetons de même couleur sachant qu'ils sont de même numéro ».

Exercice 3 (10 Points)

A) **Soit la fonction g définie sur** $\mathbb{R}$ **par** $g(x)=e^x+x+1$

1) Dresser le tableau de variation de g.

2) **Montrer que l'équation** $g(x)=0$ **admet une unique solution** $\alpha\in\mathbb{R}$.

Vérifier que $\alpha\in\left]-1,28\ ;\ -1,27\right[$.

3) En déduire le signe de g(x) suivant les valeurs de x.

B) **Soit la fonction f définie sur** $\mathbb{R}$ **par** $f(x)=\dfrac{xe^x}{1+e^x}$.

1) **Montrer que f est dérivable sur** $\mathbb{R}$ **et que pour tout** $x\in\mathbb{R}; f'(x)=\dfrac{e^x g(x)}{(e^x+1)^2}$.

2) **Montrer que** $f(\alpha)=\alpha+1$. **Encadrer, alors** $f(\alpha)$.

3) **Dresser le tableau de variation de f.**

4) a) **Donner une équation de la tangente T à** (C) **au point d'abscisse** 0.

b) **Etudier la position de** (C) **par rapport à T.**

5) a) **Montrer que la droite d'équation y = x est une asymptote à (C).**

b) Etudier la position de (C) par rapport à D.

6) **Tracer (C), T et D dans un même repère orthonormé** $(O,\vec{i},\vec{j})$. **(Unité graphique : 4cm)**

C) soit $h:[0,+\infty[\ \to\mathbb{R}; x\mapsto h(x)=f(x)$

1) **Prouver que h réalise une bijection de** $[0,+\infty[$ **sur** $[0,+\infty[$.

2) **Calculer** $(h^{-1})'(\dfrac{e}{e+1})$.

3) **Tracer la courbe de** h^{-1}.

BON TRAVIL