L.S.B.Amri	*Devoir de Synthèse N°3*		*Sai +Nabti*
10-05-2004	*Mathématiques*	3^H.	*4. E.G.01-02*

Exercice N°1

Une urne contient trois jetons rouges, deux jetons bleus et quatre jetons verts.

1) *On tire au hasard et simultanément trois jetons de l'urne. Calculer la probabilité des événements suivants :*
   - *A : « Les trois jetons tirés sont de même couleur ».*
   - *B : « Parmi les jetons tirés, deux et deux seulement sont de même couleur ».*
2) *On répète le tirage précédent quatre fois de suite, en remettant à chaque fois les jetons tirés dans l'urne.*

On appelle X l'aléa numérique prenant pour valeur le nombre de fois où les jetons tirés sont de même couleur.

a) *Calculer la probabilité des événements suivants : (X=2) et ($X \leq 2$).*

b) *Calculer l'espérance mathématique de X.*

Exercice N°2(6 points)

1) *Résoudre, dans* $\mathbb{R}^3$*, le système :(S)* $\begin{cases} 4a-2b+c=4 \\ a+b+c=13 \\ a-b+c=1 \end{cases}$

2) *Soit a,b et c des réels et f l'application de* $\mathbb{C}$ *dans* $\mathbb{C}$ *définie par :*

$$f(z) = z^3 + az^2 + bz + c.$$

a)-Déterminer les réels a,b et c pour que l'on ait : $\begin{cases} f(-1)=0 \\ f(1)=14 \\ f(-2)=-4 \end{cases}$

b)-Vérifier que l'on a : f (z)= (z+1) (z^2 +2z+4).

3)-Résoudre, dans $\mathbb{C}$ *, l'équation : (z+1) (z^2 +2z+4)=0.*

4)-Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On donne les points A,B et C d'affixes respectives :

$z_A=-1$; $z_B=-1+i\sqrt{3}$ *et* $z_C=-1-i\sqrt{3}$.

a)-Ecrire sous forme trigonométrique les nombres complexes z_B *et* z_C.

b)-Placer dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$ *les points A, B et C.*

c)-Déterminer l'affixe du point D tel que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.

Problème (8 points):

A) Soit la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ *par g(x) =* $x^2+1-Logx$. .

1) *Dresser le tableau de variation de g.*
2) *En déduire que pour tout* $x\in\ ]0,+\infty[$ *, on a :* $g(x)\succ 0$.

B) Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ *par f(x)=* $x+2+\dfrac{Logx}{x}$.

1)a)-Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ *et que pour tout*

$x\in\ ]0,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

2) On désigne par (C) la représentation graphique de f dans un repère orthonormé (O, $\vec{i},\vec{j}$ *) du plan.*

a) Montre que La droite Δ *: y=x+2 est une asymptote oblique à (C) au voisinage de* $+\infty$.

b) Etudier la position de (C) et Δ.

c) Tracer (C) et Δ.

3) Calculer l'aire de la partie du plan limité par la courbe (C), la droite Δ *et les droites d'équations respectives : x=1 et x=e.*