République tunisienne
Ministère de l'éducation et de la formation

Devoir de synthèse N° 3 en mathématiques	Section : 4èmeECO
	Date : 08/05/2009
	Durée : 2 heures

Exercice 1 : **(4 points)**

Pour chaque question, trois affirmations sont proposées, une et une seule est exacte.
On demande de recopier le tableau ci-dessous et de le compléter par la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

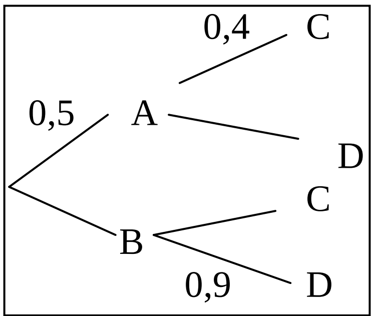
Question	1	2	3	4
Réponse				

1) La durée de vie, exprimée en année, d'une machine suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}4$. la probabilité qu'une machine soit encore en état de marche après 6 années est :

a/ $e^{-2,4}$, **b/** $1 - e^{-2,4}$, **c/** $1 + e^{-2,4}$.

2) On considère l'arbre de probabilité suivant.

a/ p(A/C) = 0,2 ; **b/** p(A/C) = 0,8 ; **c/** p(A/C) = 0,4



3) Si X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètre n = 9 et p = $\frac{1}{5}$, alors son écart type est égal à : **a/** $\frac{6}{5}$; **b/** $\frac{36}{25}$; **c/** $\frac{9}{5}$.

4) $\int_0^1 e^x dx$ est égal à : **a/** 1- e ; **b/** e - 1 ; **c/** 1.

Exercice 2 : **(5 points)**

Un sac contient trois jetons noirs numérotés : 1;2;2 et quatre jetons rouges numérotés : 1;1;1;2. Tous ces jetons sont indiscernables au toucher.
On tire simultanément et au hasard, trois jetons du sac.

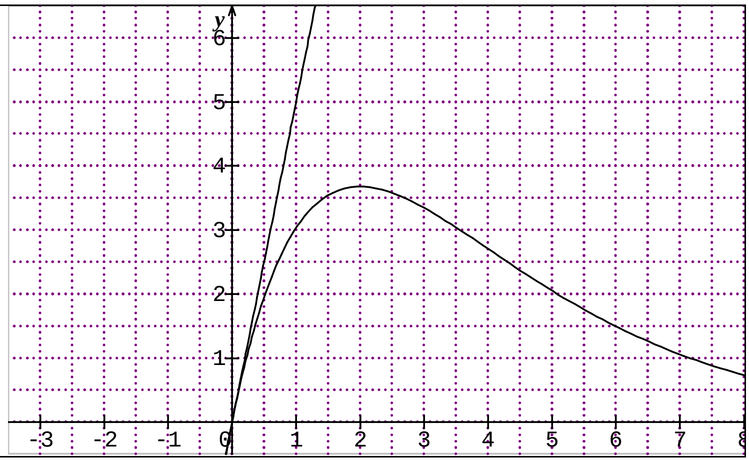
1) a- Calculer la probabilité de chacun des événements suivants:
A: « Les trois jetons tirés sont rouges ».
B: « Les trois jetons tirés portent le même numéro ».
C : « Les trois jetons tirés sont rouges et portent le même numéro ».
b- Les événements A et B sont-ils indépendants?

2) Soit X l'aléa numérique qui, à chaque tirage de trois jetons, associe le nombre de jetons noirs obtenus.
a- Déterminer la loi de probabilité de X.
b- calculer l'espérance mathématique de X.

Exercice 3 : **(6 points)**

Le graphe ci-dessous représente, dans un repère orthonormé, la courbe Γ d'une fonction f définie et dérivable sur $[0, +\infty[$.

- L'origine O appartient à Γ.
- La tangente à la courbe Γ au point O est la droite D passe par le point B (1;5).
- La tangente au point A d'abscisse 2 de Γ est parallèle à l'axe des abscisses.
- L'axe des abscisses est une asymptote à Γ au voisinage de $+\infty$.



1) En utilisant le graphique et les renseignements donnés ci-dessus:
   a- Préciser f(0) et f '(2).
   b- Montrer que f '(0) = 5.
   c- Donner la limite de f en $+\infty$.
   d- Dresser le tableau de variation de f.

2) On suppose que la fonction f est définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = 5x e^{-\frac{1}{2}x}$.

a- Déterminer les réels a et b pour que la fonction F définie par $F(x) = (ax + b)\, e^{-\frac{1}{2}x}$ soit une primitive de f sur $[0, +\infty[$.
b- Déduire l'aire du région du plan limitée par la courbe Γ de f , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives: x = 0 et x = 2.

Exercice 4 **:** **(5 points)**

Soit la suite (U_n) définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = -2 \\ U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n - 1; \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$

1) a- Calculer U_1 et U_2.
   b- Justifier alors que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) a- Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n on a : $U_n > -3$.
   b- Montrer que la suite (U_n) est décroissante.
   c- En déduire que la suite (U_n) est convergente.

3) Soit la suite (V_n) définie sur IN par $V_n = U_n + 3$.
   a- Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$.
   b- Calculer V_n en fonction de n et en déduire que pour tout entier n on a :

$$U_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n - 3.$$

   c- Calculer la limite de U_n quand n tend vers $(+\infty)$.