Fonction logarithme népérien_Fonction exponentielle

Exercice 1:

1) Soit g la fonction définie sur ℝ par $g(x) = x + 1 - e^{x}$.

   a) Dresser le tableau de variation de g.

   b) En déduire que pour tout $x \in ℝ : e^{x} - x \geq 1$.

2) Soit h la fonction définie sur ℝ par $h(x) = -xe^{x} + 1$.

   a) Dresser le tableau de variation de h.

   b) Montrer que l'équation h(x)=0 admet une solution unique α.

   Vérifier que $0,5 \prec \alpha \prec 0,6$.

   c) Préciser alors le signe de h(x) en fonction de x.

3) On pose pour tout entier naturel n supérieur ou égal à deux : $u_{n} = \int_{0}^{Log(n)} h(-t)dt$.

   a) Calculer u_{n} en fonction de n.

   b) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{u_{n}}{Logn}\right)$.

Exercice2:

Soit la fonction g définie sur $]1,+\infty[$ par : $g(x) = \frac{x}{x-1} + Log(x-1)$.

1) Dresser le tableau de variations de g.
2) En déduire le signe de g(x) pour tout $x \in]1,+\infty[$.

Exercice3:

Soit la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = \frac{e^{x}}{1+e^{x}}$.

(C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ ***du plan.***

1) a) Calculer : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

b) Montrer que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$. ***Conclure.***

2) a) Etablir que pour tout $x \in ℝ : f'(x) = \frac{e^{x}}{(1+e^{x})^{2}}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3) a) Montrer que A $(0,\frac{1}{2})$ ***est un centre de symétrie pour (C).***

b) Montrer que A est un point d'inflexion pour (C)

c) Ecrire une équation de la tangente T à (C) en A.

4) a) Dresser le tableau de variation de la fonction g définie par g(x)=f(x)-x.

b) Montrer que l'équation : f(x) = x admet une solution unique $\alpha \in]0,1[$.

c) En déduire que la courbe (C)

5) Construire la courbe (C).(Unité graphique 2 cm).

6) a) Montrer que f réalise une bijection de ℝ sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Calculer $(f^{-1})'(\frac{1}{2})$.

c) Expliciter $(f^{-1})(x)$ ***pour tout*** $x \in J$.

d) Construire la courbe représentative (C') de f^{-1}.

7) a) Déterminer la primitive F de f sur $\mathbb{R}$ ***vérifiant : F (0)=Log2.***

b) Déduire une primitive sur $\mathbb{R}$ ***de la fonction h définie par*** $h(x) = \dfrac{1}{1+e^{x}}$.

SAI.Fethi