Systèmes Linéaires **SAI.Fethi**

Exercice N°1

Soient a, b et c des réels et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ *par :*

$f(x) = (ax^2 + bx + c)\ e^x$.

1) *Déterminer f'(x).*
2) *Déterminer a, b et c sachant ces trois conditions :*
   - *La courbe de f passe par le point A* **$(-1, \frac{2}{e})$.**
   - *f admet un au point d'abscisse* **-2.**
   - *f admet un au point d'abscisse* $\frac{1}{2}$.
3) *Déterminer le sens de variation de f.*

Exercice N°2

1) Résoudre, dans $\mathbb{R}^3$*, le système :(S)* $\begin{cases} 4x - 2y + z = 4 \\ x + y + z = 13 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$

2) Soit a, b et c des réels et f l'application de $\mathbb{C}$ *dans* $\mathbb{C}$ *définie par :*

$$f(z) = z^3 + az^2 + bz + c.$$

a)-Déterminer les réels a, b et c pour que l'on ait :

$$\begin{cases} f(-1) = 0 \\ f(1) = 14 \\ f(-2) = -4 \end{cases}$$

b)-Vérifier que l'on a : f (z)= (z+1) (z^2 +2z+4).

3)-Résoudre, dans $\mathbb{C}$ *, l'équation : (z+1) (z^2 +2z+4)=0.*

Exercice N°3

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ *le système(S) :*

$$(S)\begin{cases} x-y+z=0 \\ 3x-2y+z=1 \\ 9x-3y+z=10 \end{cases}$$

2-Soit la fonction f définie par :

$f(x) = (ax^2+bx+c)\ e^{-x}$.

a) Montrer que $f'(x)=(ax^2+(b-2a)x-b+c)\ e^{-x}$.

b) Trouver les réels a,b et c tels que : $f(-1)=0$, $f(-3)=10e^3$ *et* $f'(-1)=-e$.

Exercice N°4

On considère les systèmes (S1) et (S2) suivants :

$$(S1) : \begin{cases} x+y-z=-2 \\ x-y=2 \\ 4x+y-z=1 \end{cases} \qquad (S2) : \begin{cases} x+y+z+t=0 \\ 3x+2y+z=5 \\ -x+y-z+t=-6 \\ 8x+4y+2z+t=12 \end{cases}$$

1) Résoudre dans IR ^{3} *le système (S1)*

2) a) Résoudre dans IR ^{4} *le système (S2) .*

b) Déterminer les coefficients réels a,b,c et d de la fonction définie sur IR *par :* $f(X)= aX^3+ bX^2+cX+ d$ *sachant que* :

$f(1) =0$; $f'(1) =5$; $f(-1) = -6$; $f(2) =12$

Exercice N°5

1) *Résoudre dans* $\mathbb{R}^4$ *le système suivant :*

$$\begin{cases} x+y+z+t=-6 \\ 4x+3y+2z+t=0 \\ 8x+4y+2z+t=1 \\ 20x+8y+3z+t=10 \end{cases}$$

2) *Soit la fonction f définie sur* $\mathbb{R}$ *par* $f(x)=(ax^3+bx^2+cx+d)\ e^x$.

3) Calculer f'(x) en fonction des réelles a, b, c et d.

4) *Déterminer les réelles a, b, c et d pour que l'on ait* :

$f(1)=-6e$, $f'(1)= 0$, $f(2)=e^2$ et $f'(2)=10\ e^2$.

5) Résoudre l'équation f'(x)=0 et déduire le sens de variation de f.

Exercice N°6

1) Résoudre, dans $\mathbb{R}^3$*, le système :(S)* $\begin{cases} 4a-2b+c=4 \\ a+b+c=13 \\ a-b+c=1 \end{cases}$

2) Soit a,b et c des réels et f l'application de $\mathbb{C}$ *dans* $\mathbb{C}$ *définie par :*

f(z) = z^3+az^2+bz+c.

a)Déterminer les réels a,b et c pour que l'on ait : $\begin{cases} f(-1)=0 \\ f(1)=14 \\ f(-2)=-4 \end{cases}$

b) Vérifier que l'on a : f (z)= (z+1) (z^2 +2z+4).

3) Résoudre, dans $\mathbb{C}$ *, l'équation : (z+1) (z^2 +2z+4)=0.*

4) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On donne les points A,B et C d'affixes respectives :

$z_A=-1$; $z_B=-1+i\sqrt{3}$ *et* $z_C=-1-i\sqrt{3}$.

a)Ecrire sous forme trigonométrique les nombres complexes z_B *et* z_C.

b) Placer dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$ *les points A, B et C.*

c) Déterminer l'affixe du point D tel que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.

Exercice N°7

1- Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système (S_1) :

$$(S)_1 : \begin{cases} x+y+z=4 \\ 2x-y+4z=6 \\ 4x+3y+5z=16 \end{cases}$$

2-Soit le système :

$$(S_2) : \begin{cases} t-x-z=-1 \\ 4t-2x-y=2 \\ t+x+2y+z=7 \\ 2t+2x+3y+3z=14 \end{cases}$$

a) Montrer que (S_2) est équivalent au système :

$$(S_3) : \begin{cases} t-x-z=-1 \\ 2x+2y+2z=8 \\ 2x-y+4z=6 \\ 4x+3y+5z=16 \end{cases}$$

b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}^4$ le système (S_2) .