LYCEE : IBN ABI DHIAF
MANOUBA
EPREUVE DE :

MATHEMATIQUES

DEVOIR DE CONTROLE N°2

CLASSE : $4^{éme}$ MATHEMATIQUES 1 & 3

ANNEE SCOLAIRE : 2008 -2009

DUREE : 2 HEURES * DATE : 27-04-2009

Exercice 1 : (4 points)

Indiquer sur la copie la bonne réponse

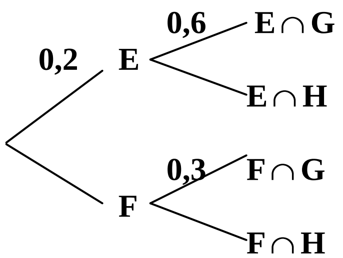
1- A et B deux événements indépendants tels que p (A) = 0,7 et p (B) = 0,2 , p $(A \cap \overline{B})$ =….

a) 0,56 b) 0,14 c) 0,76

2- Une pièce de monnaie est telle que la probabilité d'obtenir la côté face est égale à $\frac{1}{3}$. On lance 4 fois de suite cette pièce . Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois le côté face ?

a) $\frac{18}{81}$ b) $\frac{72}{81}$ c) $\frac{65}{81}$

3- On considère l'arbre pondéré ci-dessous . Quelle est la probabilité de l'événement « H » ?



a) 0,7 b) 0,64 c) 0,08

4- Une urne contient 5 boules blanches et 5 boules noires . On tire , avec remise , une boule au hasard , n fois de suite (n > 1) . Quelle est la probabilité d'obtenir des boules qui ne soient pas toutes de la même couleur ?

a) $1 - \frac{1}{2^n}$ b) $1 - \frac{1}{2^{n-1}}$ c) $1 - \frac{1}{2^{2n}}$

Exercice 2 : (8 points)

On considère la suite (I_n), $n \in \mathbb{N}$, définie par : $I_n = \int_0^1 \frac{e^{-t^2}}{1+n+t}dt$.

1. a. Déterminer le sens de variation de cette suite.

b. Montrer que (I_n), est une suite positive.

c. Montrer que pour tout $t \in [0 ; 1]$ on a $\frac{e^{-t^2}}{1+n+t} \leq \frac{1}{1+n}$ et en déduire que $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$.

Déduire la limite de un en $+\infty$.

2. On considère f et g deux fonctions définies sur [0 ; 1] par : $f(x)=e^{-x} + x - 1$ et $g(x) = 1 - x + \frac{x^2}{2} - e^{-x}$.

a. Étudier le sens de variation et le signe de f.

b. En déduire le sens de variation de g sur [0 ; 1].

c. Établir, pour tout x appartenant à [0 ; 1], l'encadrement : $1 - x \le e^{-x} \le 1 - x + \frac{x^2}{2}$.

d. En déduire un encadrement de e^{-t^2} pour tout t appartenant à [0 ; 1].

e. Établir l'encadrement : $\frac{2}{3(n+2)} \le I_n \le \frac{23}{30(n+1)}$.

f. Donner une valeur de p telle que $I_p \le 10^{-2}$.

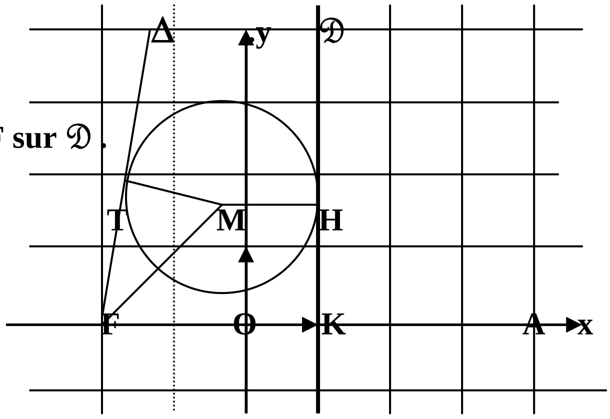
Exercice 3 : (8 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O , \vec{i} , \vec{j})$.

On considère le point F (-2 , 0) et la droite $\mathscr{D}$ d'équation x = 1 . Soit $\mathscr{C}$ un cercle variable de centre M tel que : * La droite $\mathscr{D}$ est tangente en H à $\mathscr{C}$

* Δ est tangente à $\mathscr{C}$ en T .

* L'angle $\widehat{TFM}$ égale à $\frac{\pi}{6}$ et K le projeté orthogonal de F sur $\mathscr{D}$.



1- Démontrer que $\frac{MF}{MH} = 2$ et déduire que M décrit une conique ($\mathscr{H}$) dont on précisera , le foyer , la directrice et l'excentricité .

2- Vérifier que les points O et A (4 , 0) sont les sommets de ($\mathscr{H}$) .

3- a) Montrer que ($\mathscr{H}$) a pour équation : $\frac{(x - 2)^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$.

puis déterminer ses asymptotes .

b) Vérifier que le point B (6 , 6) est un point de ($\mathscr{H}$) et écrire une équation de la tangente (Δ') en B à ($\mathscr{H}$) .

c) Tracer (Δ') et ($\mathscr{H}$) .

4- Soit (Γ) le domaine limité par ($\mathscr{H}$) , la tangente (Δ') et la droite d' équation x = 4 .

Calculer le volume engendré par la rotation de (Γ) autour de l'axe des abscisses .

BON TRAVAIL