

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , unité graphique 4 cm, on considère les points A d'affixe $z_A = 1$ et B d'affixe $z_B = 2$

Soit un réel θ appartenant à l'intervalle $]0, \pi[$.

On note M le point d'affixe $z = 1 + e^{2i\theta}$.

1. Montrer que le point M appartient au cercle C de centre A et de rayon 1.
2. Exprimer l'angle (\vec{AB}, \vec{AM}) en fonction de θ .
En déduire l'ensemble E des points M quand θ décrit l'intervalle $]0, \pi[$.
3. On appelle M' l'image de M par la rotation de centre O et d'angle -2θ et on note z' l'affixe de M'.
Montrer que $z' = \bar{z}$ puis que M' appartient à C.
4. Dans toute la suite on choisit $\theta = \frac{\pi}{3}$.

On appelle r la rotation de centre O et d'angle $-\frac{2\pi}{3}$ et A' l'image de A par r.

- a) Définir l'image C' du cercle C par r.
Placer sur une figure A, B, C, M, C' puis le point M' image de M par r.
- b) Montrer que le triangle AMO est équilatéral.
- c) Montrer C et C' se coupent en O et en M'.
- d) Soit le point P symétrique de M par rapport à A.
Montrer que M' est le milieu de $[A'P]$