Exercice 1 :

ABCD est un rectangle direct tel que AB = 1 , BC = 2 , on désigne par M le milieu de [BC] .

Soit S la similitude directe telle que S(A) = M et S(B) = D.

1) Déterminer le rapport et l'angle de S.
2) Les droites (AB) et (DM) se coupent en I. On désigne par O le centre de S.
   a- Montrer que O appartient au cercle passant par A, M et I.
   b- En déduire que BM = BO = BA.
   c- Montrer que O est le symétrique de M par rapport à (BD).
3) On munit le plan d'un repère orthonormé direct tel que les affixes des points A, B, et D soient respectivement 0 , 1 et 2i.
   a- Déterminer l'expression complexe de S, puis trouver l'affixe de O.
   b- Vérifier que O est bien le symétrique de M par rapport à (BD) en montrant que BM = BO et (BD) $\perp$ (OM).

Exercice 2 :

Soit ABC un triangle équilatéral tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$.

On désigne par I le milieu du segment [AC] et J le milieu du segment [AB].

1) Soit S la similitude directe qui envoie J sur A et A sur B.
   a- Déterminer le rapport et l'angle de S.
   b- Construire géométriquement le centre H de S.

2) Soit S' la similitude indirecte qui envoie J sur A et A sur B.

a- Quelle est la nature du triangle IJA ?

b- En déduire que S'(I) = C.

c- Soit Ω le barycentre des points pondérés (J,2) et (A,1)

Montrer que $2\overrightarrow{\Omega A} + \overrightarrow{\Omega B} = \vec{0}$

d- En déduire que S'(Ω)=Ω.

e- Déterminer et construire l'axe de S'.

3) Soit f = SoS'.

Déterminer la nature de f et la caractériser.

Exercice 3 :

Dans le plan orienté , on considère un triangle équilatéral de sens direct ABC de centre O; Soit (C) son cercle circonscrit . On désigne par : I = $A*B$ et J = $O*I$, et soit D et E les points diamétralement opposés à A et C .

1-a) Placer ces points sur une figure. (On prendra OA = 4 cm)

b) Soit G l'isobarycentre des points A,B,C,D et E .(c-a-d : $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{GE}=\vec{O}$)

Exprimer $\overrightarrow{OG}$ en fonction de $\overrightarrow{OB}$, puis montrer que : $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{5}(4\overrightarrow{OJ}+\overrightarrow{OD})$.

c) En déduire que (OB) et (DJ) sont sécantes en G. Placer G sur la figure .

2) Soit l'application : h : $P \longrightarrow P$

$M \longrightarrow M'$/

$4\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}$.

Montrer que h est une homothétie de centre G et de rapport $-\frac{1}{4}$.

Préciser h(B) et h(D) .

3) Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$ et Δ la parallèle à (AC) passant par I.

On note : $f = R o S_{(AB)}$.

Déterminer f(A) et f(B) et montrer que f est une symétrie glissante d'axe Δ et préciser son vecteur .

4) Soit S = Roh.

a) Montrer que S est une similitude directe. Préciser son angle et son rapport .

b) Déterminer S(B) et construire H = S(G) .

c) Soit Ω le centre de S .

Montrer que Ω appartient aux cercles circonscrits respectivement aux triangles OGH et OBD .

Construire Ω .