Nombres complexes 4A

Exercice 1:

1) Vérifier que : $(1+5\ i)^2 = -24+10i.$
2) a) Vérifier que (-2) est une racine de l'équation
   (E) : $z^3+(1+i)z^2+(4-i)z+12-6i=0.$

   b) Résoudre, alors, dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

Exercice 2:

1) a)Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) $: z^2-\sqrt{2}(1+i)z-1+i=0$.

   b) Vérifier que les solutions de (E) sont :

   $z_1 = 2\cos\frac{\pi}{8}e^{i\frac{\pi}{8}}$ et $z_2 = 2\sin\frac{\pi}{8}e^{i\frac{5\pi}{8}}$.

2) Soit θ un réel de $]0,\pi[$ .Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation

   $$(E_\theta) \ :\ z^2-2e^{i\theta}z+2i\sin\theta e^{i\theta}=0.$$

3) Dans le plan P muni d'un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$,
   on considère les points A, B et C d'affixes respectives :
   $z' = 1+e^{i\theta}$, $z'' = -1+e^{i\theta}$ et $z''' = 1-e^{i\theta}.$

a) Ecrire z', z'' et z''' sous forme exponentielle.
b) Montrer que le triangle est OAB est rectangle.
c) Déterminer le réel θ tel que le triangle OAB soit isocèle.
d) Déterminer z_G l'affixe du point G le centre de gravité du triangle OAB.
e) Sur quel ensemble se déplace le point G lorsque θ décrit $]0,\pi[$.