Exercice 1:

on se place dans le plan muni d'un ROND (O; $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$)

Soit f la transformation du plan d'écriture complexe :$z' = (\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})\overline{z}$

1)Déterminer l'écriture complexe de fof

2)Montrer que f=RoS où Rest une rotation et S une symétrie axiale (on donnera les éléments caractéristiques de R et de S)

3) Soit A le point d'affixe $\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}$.

Vérifier que : R = $S_{(OA)}$oS .(on démontrera d'abord que $S_{(OA)}$oS est une rotation en utilisant des raisonnements concernants des similitudes .....)

En déduire que f=$S_{(OA)}$

Exercice 2:

Soit f la transformation du plan d'écriture complexe :$z' = (\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})\overline{z}$

1)Déterminer les points invariants de f

2)En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f.

ex1:

1)fof a pour écriture complexe : z'=$(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2})\overline{(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2})\overline{z}} = z$ (fof = Id)

2)f=RoS où S est la réflexion d'axe (Ox) (d'écriture complexe z'=$\overline{z}$)zt de la rotation d'écriture complexe z'=$(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2})z$ (soit z'=e$^{i\frac{\pi}{3}}z$) c'est à dire la rotion de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$

(schématiquement : z$\longrightarrow \overline{z} \longrightarrow (\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2})\overline{z}$)

3)S$_{(OA)}$oS est la composée de deux similtudes indirectes de rapports 1 ,c'est donc une similitude directe de rapport 1 .il s'agit donc d'un déplacement c'est à dire une translation ou une rotation.

on a de plus ;S$_{(OA)}$oS(O)=O .donc il s'agit d'une rotation de centre O (car une translation (différente de Id n'a pas de pint invariant....)

pour trouver l'angle de cette rotation,il suffit de chercher l'image d'un point.en prenant ce point sur l'axe (Ox) un dessin suffit à se convaincre que l'angle est :2$\frac{\pi}{6}$......

on en déduit :f=S$_{(OA)}$oSoS=S$_{(OA)}$

ex2:

1)z'=z conduit à une équation de droite......:$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$

2)z' est de la forme a $\overline{z}$ + b donc f est une similitude indirecte.de plus il y a des points invariants .donc il s'agit d'une réflexion. (car on sait qu'une similitude ayant deux points invariants est une réflexion ou l'identité ,et que f $\neq$ Id).l'axe de cette réflexion est bien sûr la droite de points invariants