L.S.Borj.ElAmri

04.03.2009

# Devoir de Synthèse N°2

M$^r$ : SAI .Fethi

Classe 4$^{ème}$sc-In

Durée : 3.h

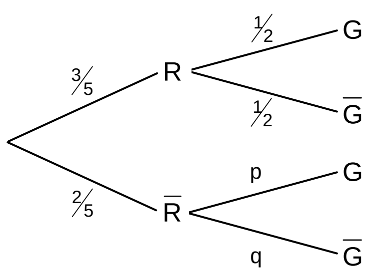
## Exercice 1 :(4 points)

Pour chaque question une seule réponse est exacte.

Une réponse exacte (avec justification) rapporte 1 point, une réponse inexacte enlève $\frac{1}{2}$ point ; l'absence de réponse est comptée 0 point.

Si le total est négatif la note est ramenée à 0.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| a | Une entreprise fabrique des lecteurs CD. Une étude montre que :<br>• 2% des appareils présentent un défaut de lecture L<br>• 5% des appareils présentent un défaut de son S,<br>• 1% des appareils présente les deux défauts.<br><br>Combien vaut $p(L \cup S)$ ? | ❶ 0,07 | ❷ 0,06 | ❸ 0,08 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| b |  | R et G sont deux événements d'un espace probabilisé avec $p(G)=\frac{3}{5}$.<br><br>Quelles sont les probabilités p et q de l'arbre pondéré ci-contre ? | ❶ $p=\frac{1}{4}$ et $q=\frac{3}{4}$<br>❷ $p=\frac{1}{2}$ et $q=\frac{1}{2}$<br>❸ $p=\frac{3}{5}$ et $q=\frac{2}{5}$<br>❹ $p=\frac{3}{4}$ et $q=\frac{1}{4}$ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| c | A et B sont deux événements d'un espace probabilisé tels que :<br>$p(A)=0,4$, $p(B)=0,5$ et $p(\overline{A \cup B})=0,35$.<br>Combien vaut $p(A \cap B)$ ? | ❶ 0,1 | ❷ 0,25 | ❸ Les données sont insuffisantes pour répondre |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| d | A et B sont deux événements d'un espace probabilisé tels que: $p(A\cap B)=\frac{1}{6}$ et $p(B/A)=\frac{1}{4}$ . Combien vaut $p(A)$ ? | ❶ $\frac{2}{3}$ | ❷ $\frac{1}{24}$ | ❸ $\frac{1}{12}$ |

## Exercice 2:(6 points)

*L'espace est muni d'un repère orthonormé* $\left(O,\vec{u},\vec{v},\vec{w}\right)$.

*Soient les points A (1, 0,1), B (-2, 1,0) et C (3,-1,5).*

1) a) *Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.*

b) *Montrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : 3x+10y+z-4=0.*

2) *Soit la matrice* $A=\begin{pmatrix}3 & 10 & 1\\ 2 & 8 & 2\\ 2 & -4 & -2\end{pmatrix}$.

a) *Calculer le déterminant de A.*

b) *En déduire que la matrice A est inversible.*

c) *Montrer que* $A^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{-1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{3}{8}\\ \frac{1}{4} & \frac{-1}{4} & \frac{-1}{8}\\ \frac{-3}{4} & 1 & \frac{1}{8}\end{pmatrix}$.

3) *Soient P : 2x+8y+2z-7=0 et Q : 2x-4y -2z-8=0 deux plans de l'espace.*

a) *Résoudre dans* $\mathbb{R}^3$ *le système* $\begin{cases}3x+10y+z=4\\ 2x+8y+2z=7\\ 2x-4y-2z=8\end{cases}$.

b) *En déduire que les plans (ABC), P et Q sont sécants en un point D dont on donnera les coordonnées.*

## Exercice 3 : (6 points)

A) *Soit la fonction g définie sur* $]0,+\infty[$ *par* $g(x)=x^2+1-Logx$..

1) *Dresser le tableau de variation de g.*

2) *En déduire que pour tout* $x\in\,]0,+\infty[$, *on a :* $g(x)\succ 0$.

B) *Soit la fonction f définie sur* $]0,+\infty[$ *par* $f(x)=x+2+\dfrac{Logx}{x}$.

1)a)-*Montrer que f est dérivable sur* $]0,+\infty[$ *et que pour tout* $x\in\,]0,+\infty[$ :

$f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

b) *Dresser le tableau de variation de f.*

2) *On désigne par (C) la représentation graphique de f dans un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$ *du plan.*

a) Montre que La droite $\Delta$ : y=x+2 est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $+\infty$.

b) Etudier la position de (C) et $\Delta$.

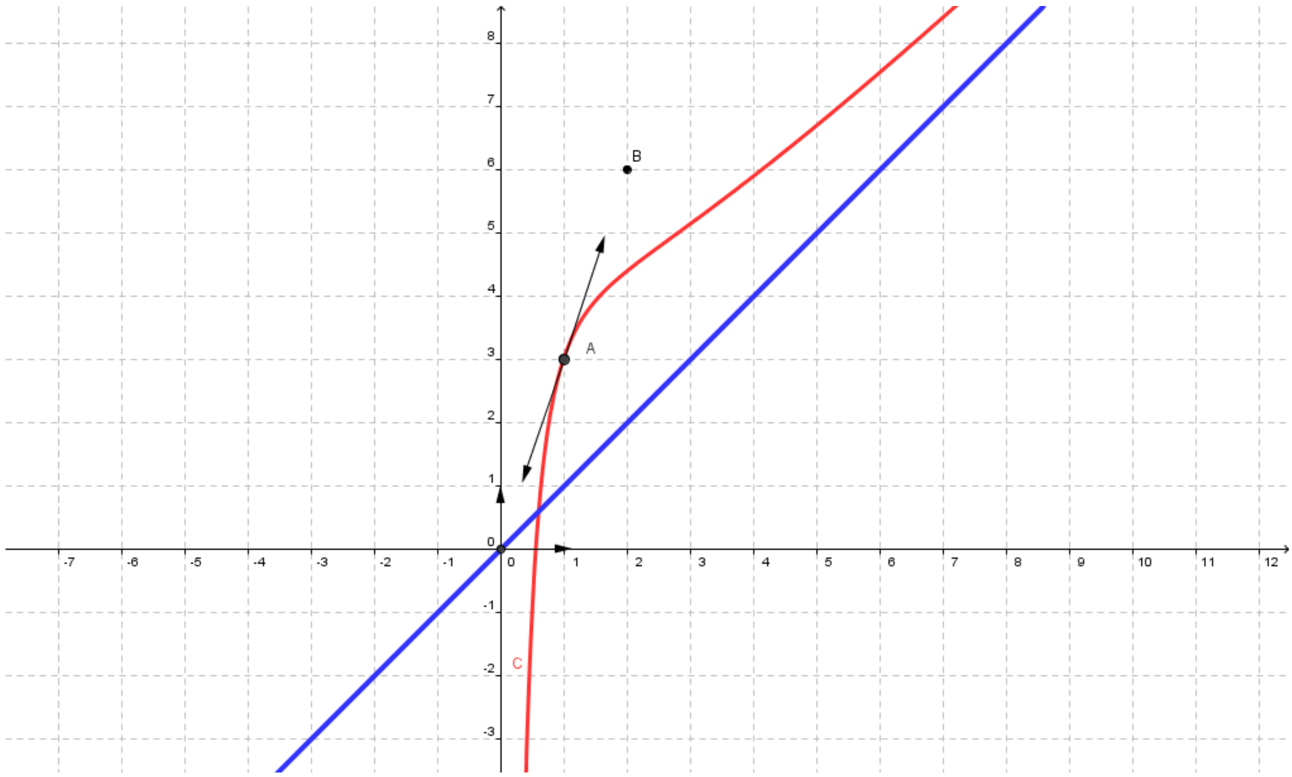
c) Tracer (C) et $\Delta$.

## Exercice 4 :(4 points)

*La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur* $]0,+\infty[$.

*Les droites d'équation x=0 et D : y=x sont des asymptotes à (C).*

*La tangente en A(1,3) à (C) passe par B(2,6)*




1) En utilisant le graphique, déterminer :

a) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$.

b) Le tableau de variation de f.

2) On admet que $f(x)=x+\dfrac{a}{x}+b\dfrac{\ln(x)}{x}$, $a\in\mathbb{R}$, $b\in\mathbb{R}$.

a) Montrer que pour tout $x\in\,]0,+\infty[$ : $f'(x)=1+\dfrac{b-a}{x^2}-\dfrac{b\ln(x)}{x^2}$).

b) En utilisant le graphique , déterminer f(1) et f'(1).

c) En déduire alors l'expression de f(x).

**Bon Travail**